۱

مقدمه — مفهوم تنش

۱.۱ مقدمه

هدف اصلی از فراگیری مقاومت مصالح ایجاد توانایی در مهندسان آینده برای تحلیل و طراحی ماشینهای گوناگون و سازه‌های باربر است.

تحلیل و طراحی هر سازهٔ معلوم شامل محاسبهٔ ***تنشها*** و ***تغییر شکلها*ست**. از این‌رو فصل اول را به مفهوم **تنش** اختصاص داده‌ایم.

پس از مقدمه کوتاهی (بخش ۲.۱) نگاهی گذرا به روشهای اساسی استاتیک و کاربرد آن برای تعیین نیروها در عضوهای یک سازه ساده شامل عضوهای اتصال‌دهنده پین اختصاص داده شده است. بخش ۳.۱ مفهوم ***تنشها*** در عضو یک سازه را بیان می‌کند، و نشان می‌دهد که چگونه می‌توان تنش را از نیرو در عضو تعیین کرد. پس از بحث کوتاهی از تحلیل مهندسی و طراحی (بخش ۴.۱)، ***تنشهای عمودی*** را در عضو تحت بار محوری (بخش ۵.۱)، ***تنشهای برشی*** ناشی از نیروهای عرضی برابر و مخالف (بخش ۶.۱)، و ***تنشهای تکیه‌گاهی*** ناشی از پیچها و پینهای اتصال‌دهنده عضوها (بخش ۷.۱) بررسی می‌کنیم. این مفاهیم گوناگون را (در بخش ۸.۱) برای تعیین تنشها در عضوهای سازه‌های ساده که پیشتر در بخش ۲.۱ بیان شد، درنظر می‌گیریم.

در بخش ۹.۱ روش حل یک مسئلهٔ مشخص را توصیف کرده‌ایم و در بخش ۱۰.۱ به دقت عددی مناسب در محاسبات مهندسی پرداخته‌ایم.

در بخش ۱۱.۱ که دوباره عضو دونیرویی تحت بار محوری را بررسی می‌کنیم، پی‌می‌بریم که تنشهای روی یک صفحه ***مایل*** شامل تنشهای ***عمودی*** و ***برشی*** است در حالی که در بخش ۱۲.۱ می‌بینیم که برای تشریح حالت تنش در نقطه‌ای از جسم در شرایط بارگذاری عمومی شش مؤلفه تنش لازم است.

در انتها، در بخش ۱۳.۱ درباره روش محاسبه ***استحکام نهایی ماده مفروضی*** از نمونه‌های آزمون، و استفاده از ***ضریب اطمینان*** در محاسبه ***بار مجاز*** برای یک جزء سازه‌ای ساخته شده از آن ماده، بحث خواهیم کرد.

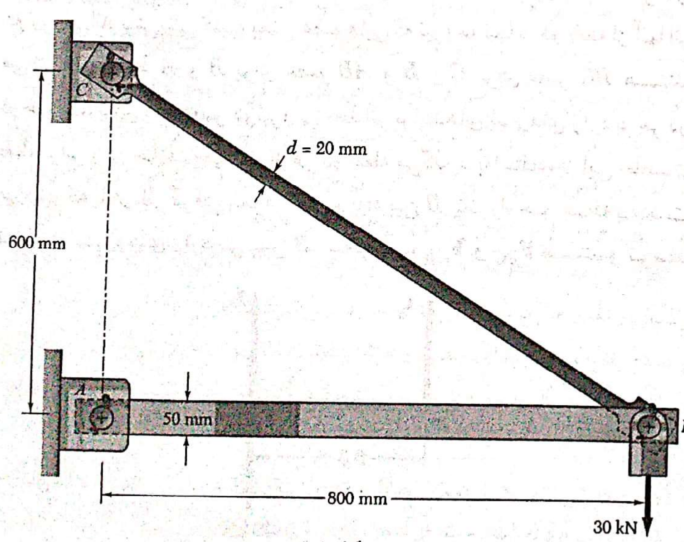
۲.۱ مروری کوتاه از روشهای استاتیک

در این بخش در حالی که نیروها را در عضوهای یک سازه ساده تعیین می‌کنید، روشهای اساسی استاتیک را مرور خواهید کرد.

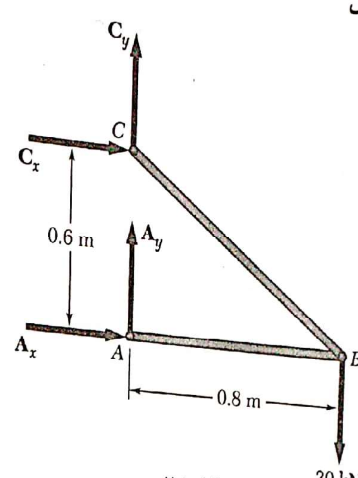
سازه نشان داده شده شکل ۱.۱ راکه برای نگهداری بار ۳۰-kN طراحی شده است درنظر بگیرید. این سازه از بازوی AB با سطح مقطع مستطیلی به ابعاد ۳۰ × ۵۰ mm و میلهٔ BC با سطح مقطع دایروی به قطر ۲۰mm تشکیل شده است. بازو و میله توسط پینی در نقطهٔ B به‌هم متصل‌اند و با پینها و قلابهایی، به‌ترتیب در نقاط A و C نگهداری می‌شوند. در اولین مرحله باید ***نمودار جسم آزاد*** را با جداکردن از تکیه‌گاهها در نقاط A و C رسم کرد و عکس‌العملی راکه این تکیه‌گاهها بر سازه وارد می‌کنند نشان داد (شکل ۲.۱). توجه کنید که در رسم نمودار از موارد غیرضروری پرهیز شود. بسیاری از شما می‌توانید تشخیص دهید که عضوهای AB و BC ***دونیرویی***اند. برای آنهایی که قابل تشخیص نیست تجاهل کرده و تحلیل خود را ادامه دهند، فرض کنند که امتداد عکس‌العملها در نقاط A و C نامعلوم‌اند. بنابراین هر یک از این عکس‌العملها را با دو مؤلفه $\mathbf{A}_x$ و $\mathbf{A}_y$ در نقطهٔ A، و $\mathbf{C}_x$ و $\mathbf{C}_y$ در نقطهٔ C نشان خواهیم داد. سه معادله تعادل را به شکل زیر می‌نویسیم

$$\circlearrowleft \Sigma M_C = ۰: \quad A_x(۰٫۶\,\text{m}) - (۳۰\ \text{kN})(۰٫۸\,\text{m}) = ۰$$

$$A_x = +۴۰\ \text{kN} \qquad (۱.۱)$$



شکل ۱.۱



شکل ۲.۱

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = ۰: \quad A_x + C_x = ۰$$

$$C_x = -A_x \qquad C_x = -۴۰\ \text{kN} \qquad (۲.۱)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = ۰: \quad A_y + C_y - ۳۰\ \text{kN} = ۰$$

$$A_y + C_y = +۳۰\ \text{kN} \qquad (۳.۱)$$

دومجهول از چهار مجهول را به‌دست آورده‌ایم، ولی نمی‌توانیم از این معادلات دو مجهول دیگر را تعیین کنیم و معادله مستقل اضافی را نیز نمی‌توانیم از نمودار جسم آزاد این سازه به‌دست آوریم. حال باید سازه را جدا کنیم. با درنظرگرفتن نمودار جسم آزاد بازوی AB (شکل ۳.۱) معادلهٔ تعادل زیر را می‌نویسیم:

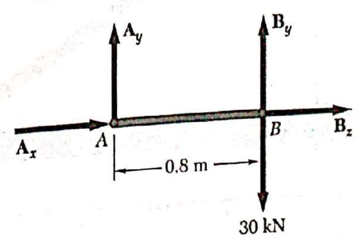
$$\circlearrowleft \Sigma M_B = ۰: \quad -A_y(۰٫۸\text{m}) = ۰ \qquad A_y = ۰ \qquad (۴.۱)$$

با قراردادن مقدار A_y از رابطهٔ (۴.۱) در رابطهٔ (۳.۱) چنین به‌دست می‌آید: $C_y = +۳۰\ \text{kN}$. با بیان نتایج عبارت به‌دست آمده برای عکس‌العملهای نقاط A و C به شکل برداری خواهیم داشت

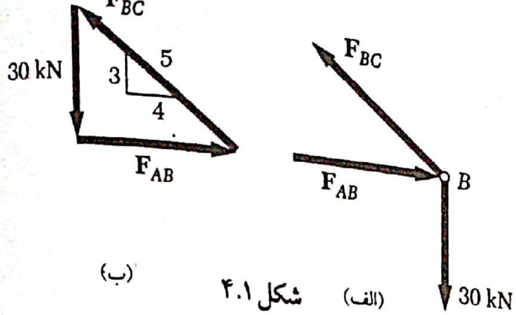
$$\mathbf{A} = ۴۰\ \text{kN} \rightarrow \qquad C_x = ۴۰\ \text{kN} \leftarrow \qquad C_y = ۳۰\ \text{kN} \uparrow$$

باید توجه کنیم که عکس‌العمل در A در امتداد محور بازوی AB قرار دارد و باعث فشار در آن عضو می‌شود. با مشاهده اینکه مؤلفه‌های C_x و C_y از عکس‌العمل در نقطهٔ C، به‌ترتیب، متناسب با مؤلفه‌های افقی و عمودی فاصله از B تا C هستند، نتیجه می‌گیریم که عکس‌العمل در C برابر با ۵۰ kN است و جهت آن در امتداد محور میله BC است، و باعث ایجاد کشش در آن عضو می‌شود.

این نتایج را می‌توانستیم با تشخیص دادن اینکه AB و BC عضوهای دونیرویی‌اند پیش‌بینی کنیم، یعنی عضوهایی که نیروها تنها بر دو نقطه از آنها اثر می‌کنند، این نقاط A و B برای عضو AB و B و C برای عضو BC هستند. درحقیقت، برای یک عضو دونیرویی خط اثر برایندهای نیروهای وارد بر هر دو نقطه برابر و در خلاف جهت و از هر دو نقطه می‌گذرد. با استفاده از این خاصیت می‌بینیم که با درنظر گرفتن نمودار جسم آزاد پین B یک راه حل ساده به‌دست می‌آید. نیروهای وارد بر پین B، به‌ترتیب، $\mathbf{F}_{AB}$ و $\mathbf{F}_{BC}$ هستند و توسط



شکل ۳.۱



شکل ۴.۱

عضوهای AB و BC اثر می‌کنند، و بار ۳۰-kN دارند [شکل ۴.۱ (الف)]. می‌توا بیان کرد که پین B توسط رسم مثلث نیروی متناظر در تعادل است [شکل ۴.۱(ب)] از آنجاکه نیروی $\mathbf{F}_{BC}$ در امتداد عضو BC است، شیب آن نیز مشابه با عض BC است، یعنی، برابر ۳/۴. بنابراین می‌توان نسبت آن را نوشت

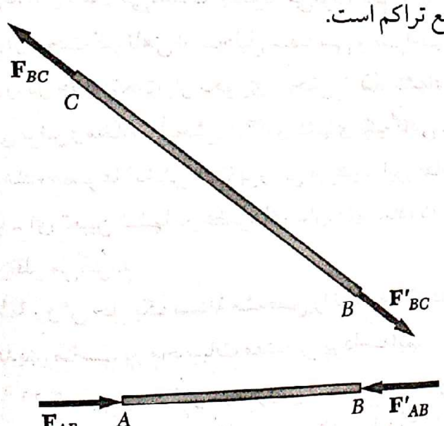
$$\frac{F_{AB}}{۴} = \frac{F_{BC}}{۵} = \frac{۳۰\text{kN}}{۳}$$

که از آن به‌دست می‌آوریم

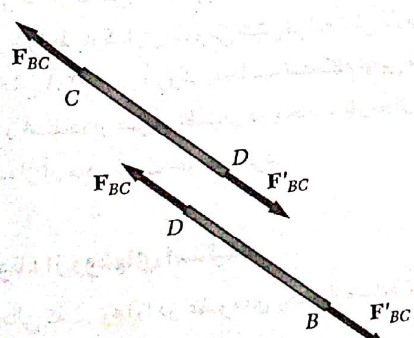
$$F_{AB} = ۴۰\ \text{kN} \qquad F_{BC} = ۵۰\ \text{kN}$$

نیروهای $\mathbf{F}'_{AB}$ و $\mathbf{F}'_{BC}$ که توسط پین B، به‌ترتیب، بر بازوی AB و میله BC وارد می‌شوند برابر و در خلاف جهت $\mathbf{F}_{AB}$ و $\mathbf{F}_{BC}$ هستند (شکل ۵.۱).

با شناخت نیروهای در انتهای هر یک از عضوها، حال می‌توانیم نیروهای داخلی در این عضوها را تعیین کنیم. با ایجاد مقطعی در هر نقطه دلخواه مانند D از میله BC، دو قسمت BD و CD به‌دست می‌آید (شکل ۶.۱). از آنجاکه نیروهای ۵۰-kN برای حفظ تعادل باید در نقطهٔ D بر دو قسمت میله وارد شود، نتیجه می‌گیریم که وقتی بار ۳۰-kN بر نقطهٔ B وارد می‌شود یک نیروی داخلی ۵۰-kN در میله BC ایجاد می‌گردد. علاوه بر این از بررسی جهتهای نیروهای $\mathbf{F}_{BC}$ و $\mathbf{F}'_{BC}$ شکل ۶.۱ نتیجه می‌شود که میله در حال کشش است. فرایند مشابهی نیز ما را قادر می‌سازد تا معین کنیم که نیروی داخلی در بازوی AB برابر ۴۰kN است و این بازو در وضع تراکم است.

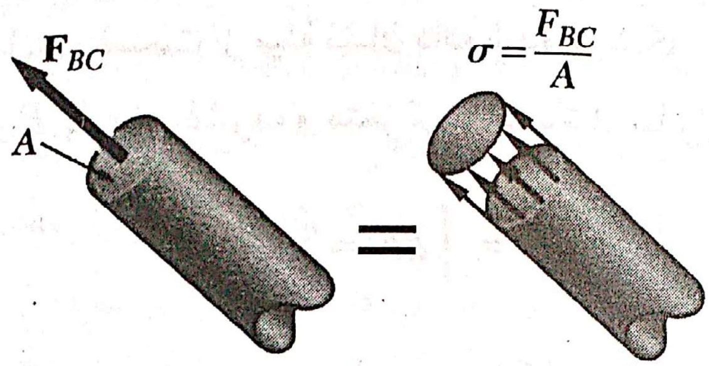


شکل ۵.۱

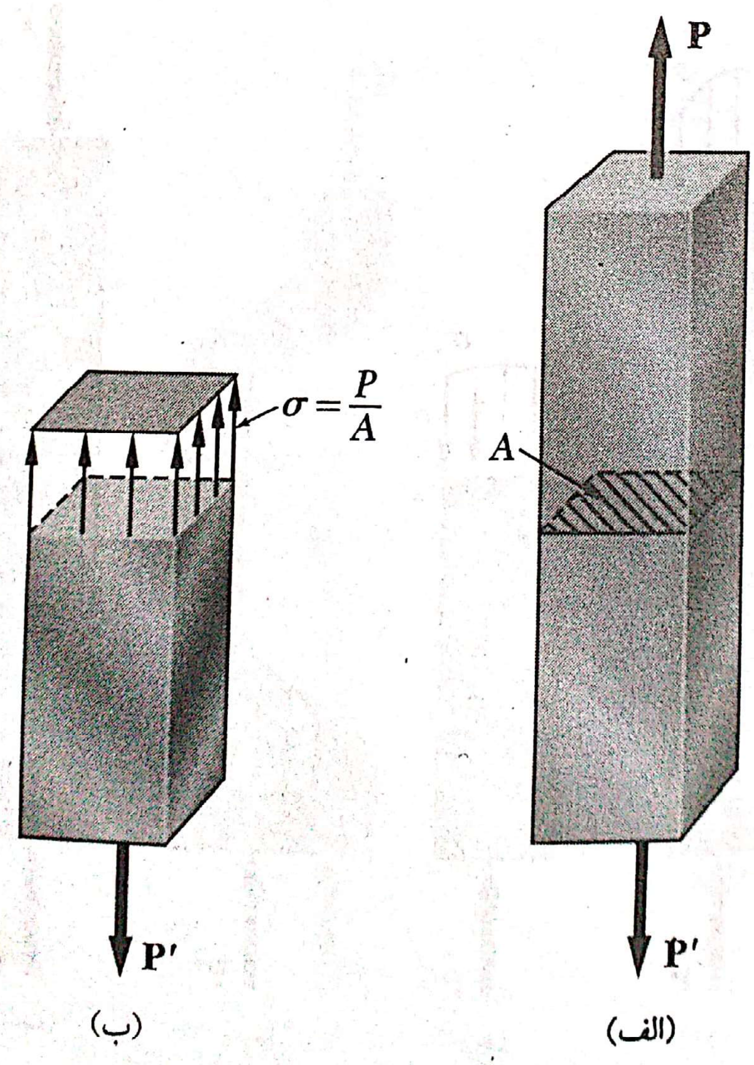


شکل ۶.۱

علامت مثبت A را برای نشان دادن تنش کششی (عضو در حالت کشش) و علامت منفی را برای نشان دادن تنش فشاری (عضو در حالت فشار) به‌کار می‌برند.



شکل ۷.۱



شکل ۸.۱

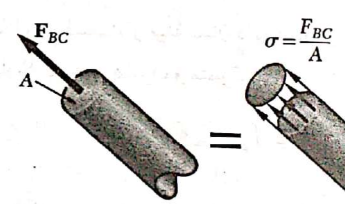
۳.۱ تنشها در عضوهای یک سازه

در حالی که نتایج حاصله در بخش گذشته اولین و ضروری‌ترین مرحله در تحلیلهای یک سازه مفروض است، اما به ما نمی‌گوید که بار مفروض را می‌توان با اطمینان تحمل کرد. آیا میله BC، برای مثال، تحت اثر این بارگذاری شکسته می‌شود یا نه، زیرا این پرسش نه تنها به مقدار به‌دست آمده برای نیروی داخلی F_{BC} بستگی دارد، بلکه به سطح مقطع میله و ماده به‌کار رفته‌ای بستگی دارد که میله AB از آن ساخته شده است. در واقع نیروی داخلی F_{BC} برایند نیروهای ابتدایی توزیع شده روی کل سطح مقطع عرضی A را نشان می‌دهد (شکل ۷.۱) و میانگین شدت نیروهای توزیع شده برابر است با نیرو بر واحد سطح، یعنی F_{BC}/A در مقطع. آیا میله تحت این بارگذاری مفروض بشکند یا نه، به‌طور وضوح به قابلیت ایستادگی ماده متناظر با مقدار F_{BC}/A شدت توزیع نیروهای داخلی بستگی دارد. بنابراین به نیروی F_{BC}، و مساحت سطح مقطع عرضی A و ماده اولیه تشکیل‌دهنده میله بستگی دارد.

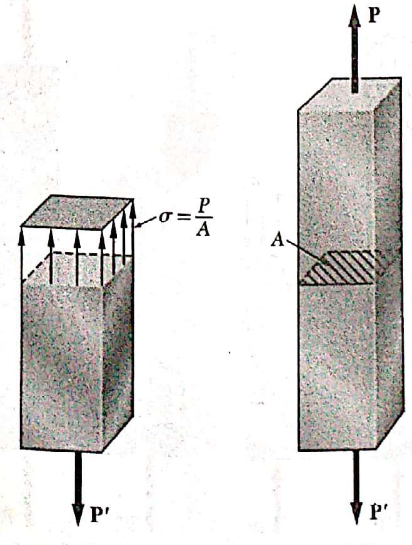
نیرو بر واحد سطح، یا شدت نیروهای توزیع شده روی یک مقطع مفروض را تنش روی آن مقطع می‌نامند و آن را با حرف یونانی σ (sigma) نشان می‌دهند. بنابراین تنش در سطح مقطع عرضی Aی یک عضو تحت اثر یک بار محوری P (شکل ۸.۱) از تقسیم مقدار بار P بر سطح A به‌دست می‌آید:

$$\boxed{\sigma = \frac{P}{A}} \qquad (۵.۱)$$

علامت مثبت A را برای نشان دادن تنش کششی (عضو در حالت کشش) و علامت منفی را برای نشان دادن تنش فشاری (عضو در حالت فشار) به‌کار می‌برند.



شکل ۷.۱



شکل ۸.۱

از آنجا که یکاهای متریک SI در این بحث به‌کار رفته است، P برحسب نیوتن (N) و A برحسب متر مربع ($m^۲$) بیان می‌شود، تنش σ نیز برحسب $N/m^۲$ بیان می‌شود. این یکا را **پاسکال** (Pa) می‌نامند. با وجود این، چون پاسکال بیش از حد کوچک است، در عمل، باید چندین برابر این یکا را به‌کار برند، یعنی، کیلوپاسکال (kPa)، مگاپاسکال (MPa)، و گیگاپاسکال (GPa). داریم

$$۱\ \text{kPa} = ۱۰^۳\ \text{Pa} = ۱۰^۳\ \text{N/m}^۲$$
$$۱\ \text{MPa} = ۱۰^۶\ \text{Pa} = ۱۰^۶\ \text{N/m}^۲$$
$$۱\ \text{GPa} = ۱۰^۹\ \text{Pa} = ۱۰^۹\ \text{N/m}^۲$$

وقتی یکاهای مرسوم .U.S را به‌کار ببریم، نیروی P را معمولاً برحسب پوند (lb) یا کیلوپوند (kip) و سطح مقطع عرضی A را برحسب اینچ مربع ($in^۲$) نشان می‌دهیم. بنابراین تنش σ برحسب پوند بر اینچ مربع (psi) یا کیلوپوند بر اینچ مربع (ksi) است[1].

۴.۱ تحلیل و طراحی

بار دیگر سازهٔ شکل ۱.۱ را درنظر بگیرید. فرض کنید که میله BC از فولادی با حداکثر تنش مجاز $\sigma_{all} = ۱۶۵\text{MPa}$ ساخته شده است ($\sigma_{مجاز} = \sigma_{all}$). آیا میله BC می‌تواند با اطمینان باری را که بر آن وارد شده است تحمل کند؟ پیش از این نیروی F_{BC} که بر میله وارد می‌شد برابر ۵۰kN بود. با یادآوری اینکه قطر میله ۲۰mm است، از معادله (۵.۱) برای تعیین تنش ایجاد شده در میله از بارگذاری مفروض استفاده می‌کنیم. داریم

$$P = F_{BC} = +۵۰\ \text{kN} = +۵۰ \times ۱۰^۳\ \text{N}$$

$$A = \pi r^۲ = \pi\left(\frac{۲۰\text{mm}}{۲}\right)^۲ = \pi(۱۰ \times ۱۰^{-۳}\ \text{m})^۲ = ۳۱۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+۵۰ \times ۱۰^۳\ \text{N}}{۳۱۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲} = +۱۵۹ \times ۱۰^۶\ \text{Pa} = +۱۵۹\ \text{MPa}$$

از آنجا که مقدار به‌دست آمده برای σ کوچکتر از مقدار σ_{all} از تنش مجاز در فولاد به‌کار رفته است، نتیجه می‌گیریم که میله BC می‌تواند با اطمینان باری را که بر آن وارد می‌شود تحمل کند. برای تکمیل کردن تحلیلمان در این سازه مفروض باید تحلیلی برای تعیین تنش فشاری در بازوی AB ارائه دهیم، همچنین درباره تنشهای ایجاد شده در پینها و تکیه‌گاههای آن تحقیق کنیم. در این ارتباط بعداً در این فصل بحث خواهد شد. همچنین باید تعیین کنیم تغییر شکلهای ایجاد شده توسط این بارگذاری مورد قبول است. مطالعه دربارهٔ تغییر شکلها تحت بارهای محوری موضوع فصل ۲ خواهد بود. برای عضوهایی که تحت فشار قرار دارند باید به **پایداری** آن عضو توجه داشته باشیم، یعنی قابلیت آن برای نگهداری یک بار مفروض، بی‌آنکه پیکربندی آن از بین برود و تغییری ناگهانی در آن صورت گیرد. این موضوع در فصل ۱۰ مورد بحث قرار خواهد گرفت.

نقش مهندسی فقط به تحلیلهای موجود سازه‌ها و ماشینهایی که تحت شرایط بارگذاری مفروض قرار می‌گیرند محدود نمی‌شود. از همه مهمتر و بزرگتر برای مهندسان *طراحی* سازه‌های جدید و ماشینهاست. به‌عنوان مثال از طراحی به سازهٔ شکل ۱.۱ برمی‌گردیم و فرض می‌کنیم که سازه از آلومینیم با تنش مجاز

۱. یکاهای اصلی SI و .U.S معمول به‌کار رفته در مکانیک به‌صورت جدول جداگانه‌ای در انتهای کتاب آورده شده است. از سمت راست جدول یادآور می‌شویم که ۱psi تقریباً برابر ۷kPa است، و ۱ksi تقریباً برابر ۷MPa است.

تشکیل شده باشد. اگر نیروی به‌کار رفته هنوز در میله BC $\sigma_{all} = ۱۰۰\,\text{MPa}$ تحت بارگذاری مفروض باشد، از معادله (۵.۱) باید داشته $P = F_{BC} = ۵۰\,\text{kN}$ باشیم،

$$\sigma_{all} = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{۵۰ \times ۱۰^{۳}\ \text{N}}{۱۰۰ \times ۱۰^{۶}\ \text{Pa}} = ۵۰۰ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^{۲}$$

و، چون $A = \pi r^{۲}$،

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{۵۰۰ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^{۲}}{\pi}} = ۱۲{,}۶۲ \times ۱۰^{-۳}\ \text{m} = ۱۲{,}۶۲\ \text{mm}$$

$$d = ۲r = ۲۵{,}۲\ \text{mm}$$

نتیجه می‌گیریم که یک میله آلومینیمی به قطر ۲۶ mm یا بیشتر سازگار است.

۵.۱ بارگذاری محوری؛ تنش عمودی

چنانکه قبلاً نشان داده شد، میله BC از مثال درنظر گرفته در بخش گذشته یک عضو دونیرویی است و، بنابراین، نیروهای $\mathbf{F}_{BC}$ و $\mathbf{F}'_{BC}$ وارد بر دو انتهای B و C (شکل ۵.۱) در امتداد محور میله هستند. می‌گوییم که میله *تحت بارگذاری محوری* است. یک مثال واقعی از عضوهای سازه تحت بارگذاری محوری توسط عضوهای واقع در خرپای پل نشان داده شده در شکل ۹.۱ به‌دست می‌دهد.

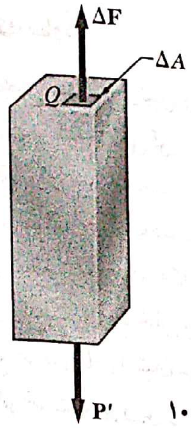
با بازگشت به میله BC از شکل ۵.۱ یادآور می‌شویم که مقطعی که برای تعیین نیروی داخلی در میله و تنش متناظر ایجاد کردیم بر محور میله عمود بود؛ بنابراین نیروی داخلی عمود بر صفحهٔ مقطع (شکل ۷.۱) و تنش متناظر را *تنش عمودی* می‌نامیم. پس، فرمول (۵.۱) *تنش عمودی در یک عضو را تحت بارگذاری محوری* به ما می‌دهد:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{۵.۱}$$

همچنین یادآور می‌شویم که در فرمول (۵.۱)، σ به‌دست آمده از تقسیم مقدار P برایند نیروهای داخلی توزیع شده روی مقطع عرضی توسط سطح A مقطع عرضی نشان‌دهنده *مقدار میانگین* تنش روی مقطع است، به‌جای اینکه تنش در نقطه‌ای بخصوص از سطح مقطع باشد.

برای تعریف تنش در نقطه مفروض Q از مقطع عرضی، می‌بایست یک سطح کوچک ΔA را درنظر بگیریم (شکل ۱۰.۱)، با تقسیم مقدار $\Delta\mathbf{F}$ بر ΔA مقدار میانگین تنش روی ΔA را به‌دست می‌آوریم. با فرض اینکه ΔA به سمت

شکل ۹.۱ خرپای این پل شامل عضوهای دونیرویی است که ممکن است در حالت کششی یا فشاری باشد.



شکل ۱۰.۱

صفر میل می‌کند، تنش در نقطهٔ Q را به‌دست می‌آوریم:

$$\boxed{\sigma = \lim_{\Delta A \to ۰} \frac{\Delta F}{\Delta A}} \tag{۶.۱}$$

در حالت کلی، مقدار تنش به‌دست آمده σ در یک نقطه مفروض Q مقطع مقدار تنش میانگین به‌دست آمده از فرمول (۵.۱) تفاوت دارد، و σ حاصله سطح مقطع تغییر می‌کند. در یک میله باریک که تحت تأثیر بارهای متمرکز $\mathbf{P}$ و برابر و در جهت مخالف قرار می‌گیرد [شکل ۱۱.۱ (الف)]، این تغییر در مقط خارج از نقاط اثر بارهای متمرکز [شکل ۱۱.۱ (ج)] کوچک است، اما کاملاً نزدیکی این نقاط [شکل ۱۱.۱ (ب) و (د)] قابل توجه‌اند.

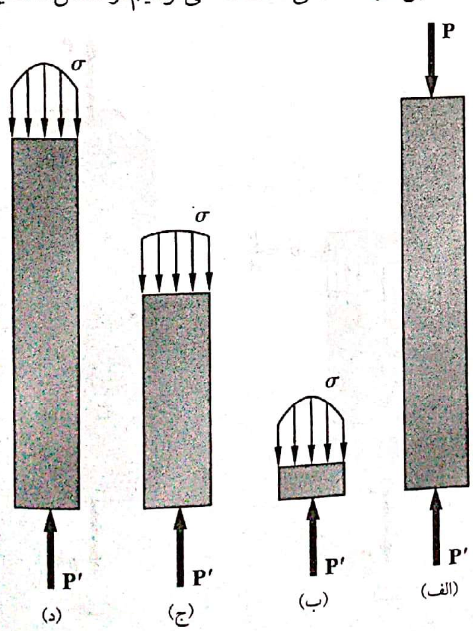
از معادله (۶.۱) چنین برمی‌آید که مقدار برایند نیروهای داخلی گسترده بر است با

$$\int dF = \int_A \sigma\, dA$$

اما در شرایط تعادل هر قسمت از میلهٔ نشان داده شده در شکل ۱۱.۱ نیاز دارد این مقدار با مقدار P بارهای فشرده و متمرکز برابر باشد. بنابراین، داریم،

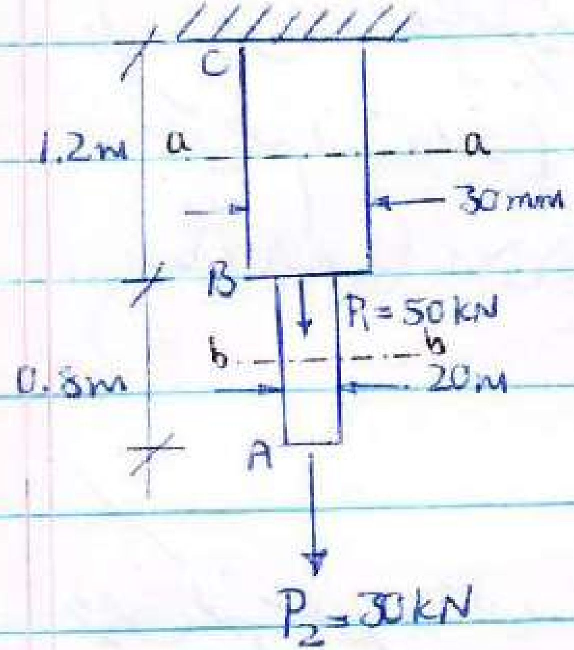
$$P = \int dF = \int_A \sigma\, dA \tag{۷.۱}$$

معنای‌اش این است که حجم تحت هر سطح تنش شکل ۱۱.۱ باید برابر با مقدار بار باشد. هرچند که این تنها اطلاعی است که می‌توانیم از دانش استاتیک به‌دست



شکل ۱۱.۱

مثال ۶: مطلوبست تنش در وسط هر قطعه.



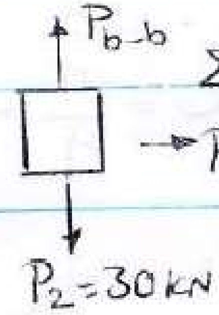
حل: در وسط قطعه مطمئن هستیم توزیع تنش یکنواخت است.

در اینجا از فرمول $\bar{\sigma} = \frac{P}{A}$ استفاده می‌کنیم.

$$A_{a-a} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30)^2}{4} \qquad P_{a-a} = 80 \text{ kN}$$

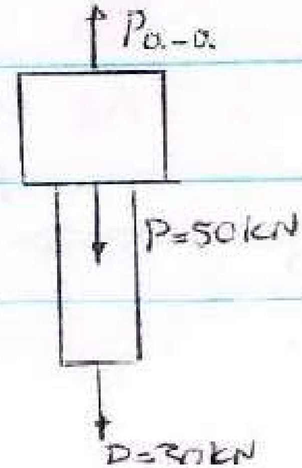
$$A_{b-b} = \frac{\pi (20)^2}{4} \qquad P_{b-b} = 30 \text{ kN}$$

$\Rightarrow$ $\sigma_{AB} = +95.5$ MPa کشش $\qquad \sigma_{BC} = +113.2$ MPa کشش



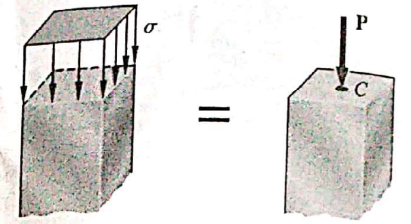
$\sum F_y = 0$

$\rightarrow P_{b-b} = 30$



$\sum F_y = 0$

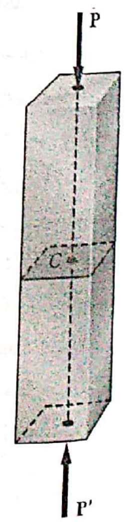
$\rightarrow P_{a-a} = 80$ kN



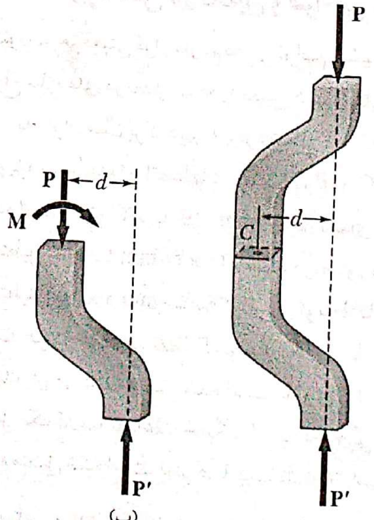
شکل ۱۲.۱

آوریم، یعنی ارزیابی گستردگی تنشهای عمودی در مقاطع مختلف از میله. توزیع واقعی تنشهای عمودی در هر مقطع مفروض **از نظر استاتیکی نامعین** است. بـرای یادگیری بیشتر درباره این توزیع، لازم است تغییر شکلهای ناشی از روش ویـژه کاربرد بارها در انتهای میله را درنظر گرفت. توضیح مـفصل ایـن مـوضوع را در فصل ۲ می‌خوانیم.

در عمل فرض می‌شود که توزیع تنشهای عمودی در یک عضو با بارگذاری محوری یکنواخت است، بجز در نقاط بسیار نزدیک مجاور اثر بـارها. بـنابرایـن مقدار σ ناشی از تنش برابر است با σ_{ave} و می‌توان آن را از فرمول (۵.۱) به‌دست آورد. با این وجود، باید درک کنیم، وقتی که فرض می‌کنیم تـوزیع تـنشها در یک مقطع یکنواخت است، یعنی، وقتی فرض می‌کنیم که نیروهای داخـلی در مـقطع به‌طور یکنواخت توزیع شده است، از استاتیک مقدماتی[1] درمی‌یابیم که برایند **P** مربوط به نیروهای داخلی باید در نقطه مرکز هندسی C از سطح مقطع اثر کـند. (شکل ۱۲.۱). یعنی اینکه **یک توزیع یکنواخت تنش تنها وقتی امکانپذیر است که خط اثر نیروهای متمرکز بارهای P و P′ از نقطه مرکزوار مقطع مورد نظر عبور کـند** (شکـل ۱۳.۱). این نوع بارگذاری را **بارگذاری مـرکزی** مـی‌نامند و فـرض مـی‌شود کـه در تمامی عضوهای دونیرویی به شکل مستقیم مانند خرپاها و سازه‌های اتصال پینی، همانند شکل ۱.۱، اتفاق می‌افتد. با وجود این، اگر یک عضو دونیرویی بارگذاری محوری شود، اما به‌طرز **غیرعادی** همانند شکـل ۱۴.۱ (الف)، از شـرایـط تـعادل بخشی از عضو نشان داده شده در شکل ۱۴.۱ (ب) درمی‌یابیم که نیروهای داخلی در مقطع مفروض باید معادل با نیروی **P** وارد بر مرکزوار مقطع و کوپل **M**، برابر گشتاور $M = Pd$ باشد. توزیع نیروها ـ و بنابراین تـوزیع تـنشهای مـتناظر ـ **نمی‌توانند یکنواخت** باشند. توزیع تنشها مطابق شکل ۱۱.۱ نشان داده نـمی‌توانند متقارن باشند. این نکته را به‌صورت مشروح در فصل ۴ بحث خواهیم کرد.



شکل ۱۳.۱



شکل ۱۴.۱

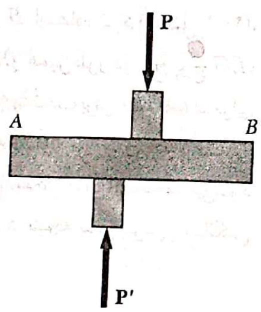
۶.۱ تنشهای برشی

نیروهای داخلی و تنشهای متناظر آنها را در بخشهای ۲.۱ و ۳.۱ که عمود بر مقطع درنظر گرفته شده بود، مورد بحث قرار دادیم. یک نوع بسیار گـوناگـون از تـنش به‌دست آمده وقتی است که نیروهای عرضی **P** و **P′** بر عضوی مانند AB وارد می‌شود (شکل ۱۵.۱). با گذر مقطعی در نقطهٔ C میان نقاط اثر دو نـیرو [شکـل ۱۶.۱ (الف)]، نمودار قسمت AC نشان داده شده در شکل ۱۶.۱ (ب) را به‌دست می‌آوریم. نتیجه‌ای که می‌گیریم اینکه نیروهای داخلی باید در صفحه مقطع وجود داشته باشد و اینکه برایند آنها برابر با **P** است. این نیروهای داخـلی ابـتدایـی را ***نیروهای برشی*** می‌نامند، و مقدار P برایند آنها برابر برش در آن مقطع است. با تقسیم برش P بر مقطع عرضی A، ***میانگین تنش برشی*** در مـقطع را بـه‌دست مـی‌آوریم. توجه کنید که تنش برشی با حرف یونانی τ (tau) نشان داده می‌شود و می‌نویسیم

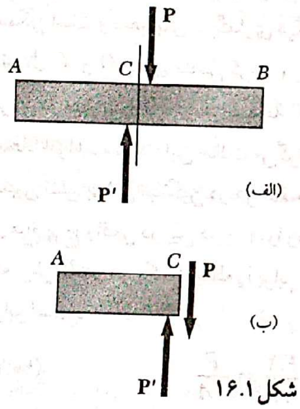
$$\boxed{\tau_{ave} = \frac{P}{A}} \qquad (۸.۱)$$

تأکید م ... ، مقدار میانگین تنش برشی در کل مقطع است. برخلا ... دی بیان کردیم، توزیع تنشهای برشی در مقطع را ***نمی‌توان*** یکنواخت فرض کرد. همان‌گونه که در فصل ۶ خـواهـید دیـد، مقدار واقعی تنش برشی τ از صفر در سطح عضو، تا به مقدار ماکزیمم τ_{max} که ممکن است خیلی بیشتر از مقدار میانگین τ_{ave} باشد تغییر می‌کند.

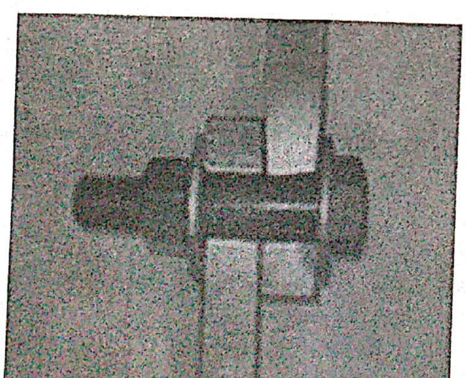
معمولاً تنشهای برشی در پیچها، پینها و میخ پرچها، که برای اتصال عضوهای مختلف سازه‌ها و اجزای ماشین به‌کار می‌روند، یـافت مـی‌شوند (شکـل ۱۷.۱).



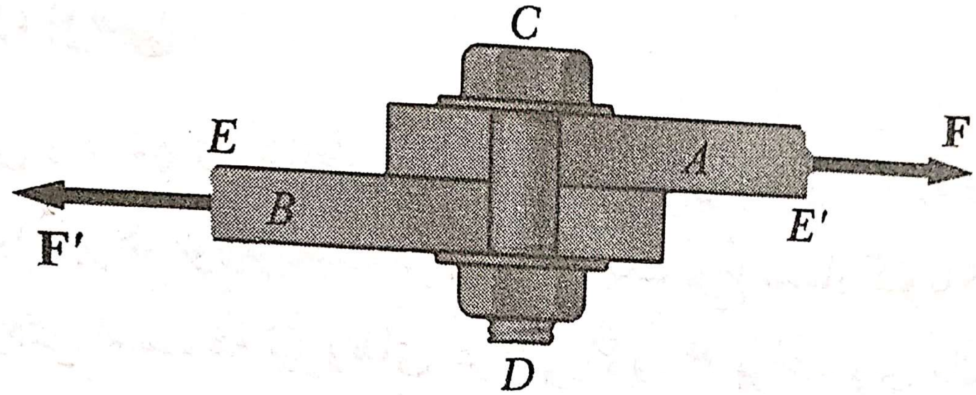
شکل ۱۵.۱



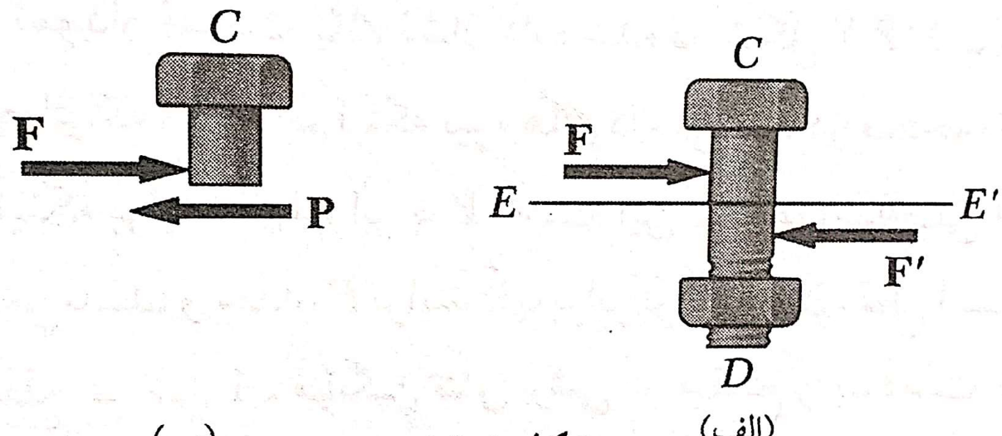
شکل ۱۶.۱


شکل ۱۷.۱ نمای قسمت قطع شده در اتصال پیچ و مهره در برش.

۱. نگاه کنید به ***مکانیک برای مهندسان***، تألیف: پی. بی‌یر و ای. راسل جـانستون، ویـراست چهارم، مک گروهیل، نیویورک، ۱۹۸۷، یا ***مکانیک برداری برای مهندسان***، ویراست ششـم، مک گروهیل، نیویورک، ۱۹۹۶، قسمتهای ۲.۵ و ۳.۵.



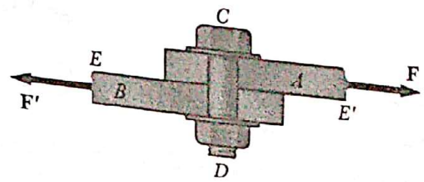
شکل ۱.۱۸



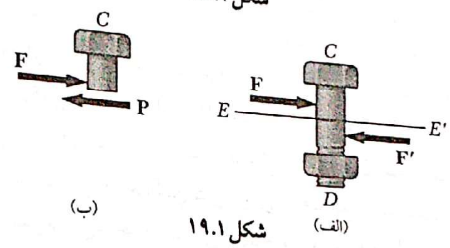
شکل ۱.۱۹

دو ورق A و B که با میخ پرچ CD به‌هم متصل شده‌اند را درنظر بگیرید (شکل ۱.۱۸). اگر ورقها تحت تأثیر نیروهای کششی به مقدار F قرار گیرند، در مقطع میخ پرچ متناظر با صفحه EE' تنشهایی به‌وجود می‌آید. با رسم نمودارهای میخ پرچ و قسمتی از آن که بالای صفحهٔ EE' قرار دارد (شکل ۱.۱۹) نتیجه می‌گیریم که برش P در آن قسمت برابر است با F، تنش برشی میانگین در آن مقطع با توجه به فرمول (۱.۸)، از تقسیم برش $P = F$، بر سطح مقطع A چنین به‌دست می‌آید:

$$\tau_{\text{ave}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A} \tag{۱.۹}$$



شکل ۱۸.۱



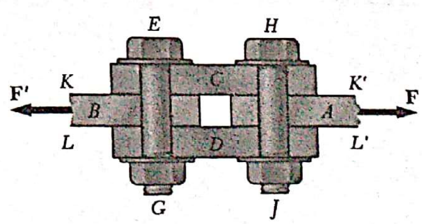
شکل ۱۹.۱

دو ورق A و B که با میخ پرچ CD به‌هم متصل شده‌اند را درنظر بگیرید (شکل ۱۸.۱). اگر ورقها تحت تأثیر نیروهای کششی به مقدار F قرار گیرند، در مقطع میخ پرچ متناظر با صفحه EE' تنشهایی به‌وجود می‌آید. با رسم نمودارهای میخ پرچ و قسمتی از آن که بالای صفحهٔ EE' قرار دارد (شکل ۱۹.۱) نتیجه می‌گیریم که برش P در آن قسمت برابر است با F، تنش برشی میانگین در آن مقطع با توجه به فرمول (۸.۱)، از تقسیم برش $P = F$، بر سطح مقطع A چنین به‌دست می‌آید:

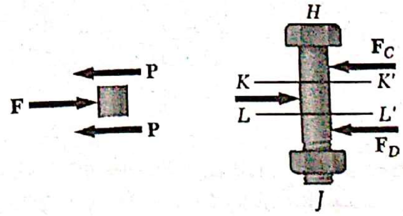
$$\tau_{\text{ave}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A} \qquad (۹.۱)$$

میخ پرچی که در اینجا درنظر گرفتیم به اصطلاح تحت **برش ساده** است. اما ممکن است وضعیتهای بارگذاری دیگری داشته باشیم. برای مثال اگر از ورقهای اتصال C و D برای متصل کردن ورقهای A و B استفاده شود (شکل ۲۰.۱)، برش در میخ پرچ HJ در هر صفحه KK' و LL' (و همین‌طور در میخ پرچ EG) ایجاد خواهد شد. در این حالت می‌گویند میخ پرچها تحت **برش مضاعف‌اند**. برای تعیین تنش برشی میانگین در هر صفحه، نمودارهای آزاد میخ پرچ HJ و قسمتی از میخ پرچ واقعی در بین دو ورق را رسم می‌کنیم (شکل ۲۱.۱). مشاهده می‌شود که برش P در هر یک از مقطعها برابر $F/۲$ است، درنتیجه تنش برشی میانگین برابر است با

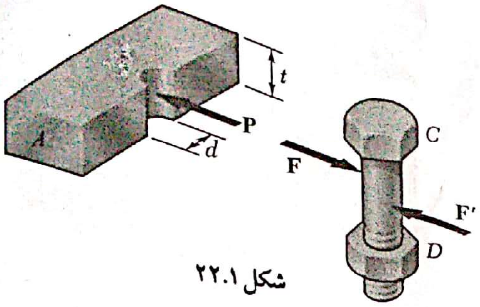
$$\tau_{\text{ave}} = \frac{P}{A} = \frac{F/۲}{A} = \frac{F}{۲A} \qquad (۱۰.۱)$$



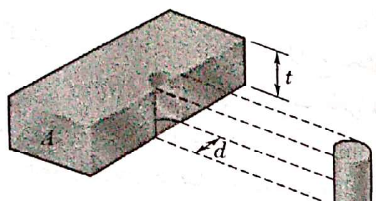
شکل ۲۰.۱



شکل ۲۱.۱



شکل ۲۲.۱



شکل ۲۳.۱

۷.۱ تنش تکیه‌گاهی در اتصالها

پیچها، پینها، و میخ پرچها، در عضوهایی که به‌هم اتصال می‌دهند، تنشهایی در امتداد **سطح تکیه‌گاه** یا سطح تماس آنها ایجاد می‌کنند. برای مثال، مجدداً ورق A و B راکه با میخ پرچ CD به‌هم متصل شده‌اند، و در بخش قبل بررسی کردیم (شکل ۱۸.۱) درنظر بگیرید. میخ پرچ، نیروی $\mathbf{P}$ را بر ورق A وارد می‌کند که برابر و مخالف نیروی $\mathbf{F}$ است که از طرف ورق بر میخ پرچ اثر می‌کند (شکل ۲۲.۱). نیروی $\mathbf{P}$ نشان‌دهندهٔ برایند نیروی اولیهٔ توزیع شده بر روی سطح داخلی نیم‌استوانه‌ای به قطر d، و به طول t، برابر ضخامت ورق است. از آنجاکه توزیع این نیروها ــ و تنشهای متناظر ــ با آنها بسیار پیچیده است، در عمل مقدار متوسط نامی تنش σ_b به‌کار برده می‌شود، که **تنش تکیه‌گاهی** نامیده می‌شود و از تقسیم بار P بر مساحت مستطیلی که نمایانگر تصویر میخ پرچ بر روی مقطع ورق است، به‌دست می‌آید (شکل ۲۳.۱). چون این مساحت برابر است با td، که در آن، t ضخامت ورق و d قطر میخ پرچ است، داریم

$$\boxed{\sigma_b = \frac{P}{A} = \frac{P}{td}} \qquad (۱۱.۱)$$

۸.۱ کاربرد تنش در تحلیل و طراحی سازه‌های ساده

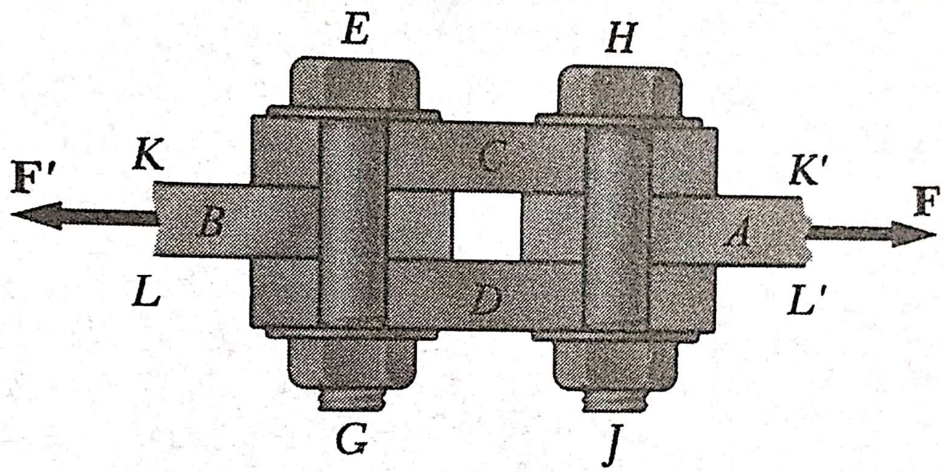
اکنون در موقعیتی قرار داریم که می‌توانیم تنشهای موجود در عضوها و اتصالهای انواع سازه‌های دوبعدی ساده را تعیین کنیم و بنابراین، طراحی چنین سازه‌هایی را.

به‌عنوان مثال برگردیم به سازه شکل ۱.۱ که قبلاً در بخش ۲.۱ مورد نظر بود، به‌ویژه تکیه‌گاهها و اتصالها در نقاط A، B، و C. چنانکه در شکل ۲۴.۱ نشان داده شده است، میله BC به قطر ۲۰mm که انتهای مسطح آن به‌صورت سطح مقطع مستطیل به ابعاد ۴۰mm × ۲۰ است، در صورتی که بازوی AB سطح مقطع مستطیلی به ابعاد ۵۰mm × ۳۰ دارد و توسط کابلی در انتهای B جایگیر شده است. هر دو عضو در نقطهٔ B توسط یک پین بار ۳۰-kN را توسط قلاب U شکل نگهداری می‌کنند، متصل شده است. بازوی AB در نقطهٔ A توسط یک پین در داخل یک قلاب مضاعف جایگیر است، در حالی که میله BC در نقطهٔ C به قلاب ساده متصل شده است. قطر همهٔ پینها ۲۵mm است.

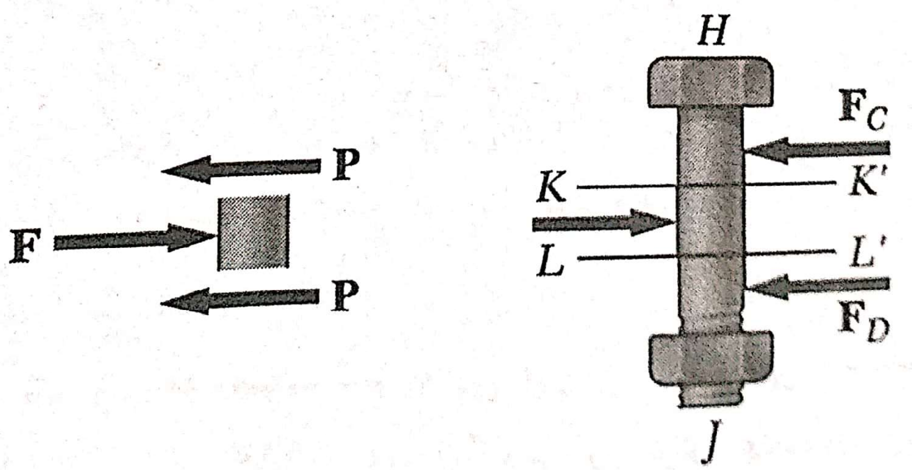
الف. تعیین تنش عمودی در بازوی AB و میله BC. چنانکه در بخشهای ۲.۱ و ۴.۱ دریافتیم، نیرو در میله BC برابر $F_{BC} = ۵۰\ \text{kN}$ (کششی) و مساحت

جاد خواهد شد. در این حالت می‌...
جاد خواهد شد. در این حالت می‌... نمودارهای آزاد میخ پرچ HJ و قسمتی
بین تنش برشی میانگین در هر صفحه، نمودارهای آزاد میخ پرچ HJ و قسمتی
بین دو ورق را رسم می‌کنیم (شکل ۲۱.۱). مشاهده می‌شود
میخ پرچ واقعی در بین دو ورق را رسم می‌کنیم
میخ پرچ واقعی در هر یک از مقطعها برابر $F/۲$ است، درنتیجه تنش برشی میانگین
ه برش P در هر یک از مقطعها برابر $F/۲$ است، درنتیجه تنش برشی میانگین
ابر است با

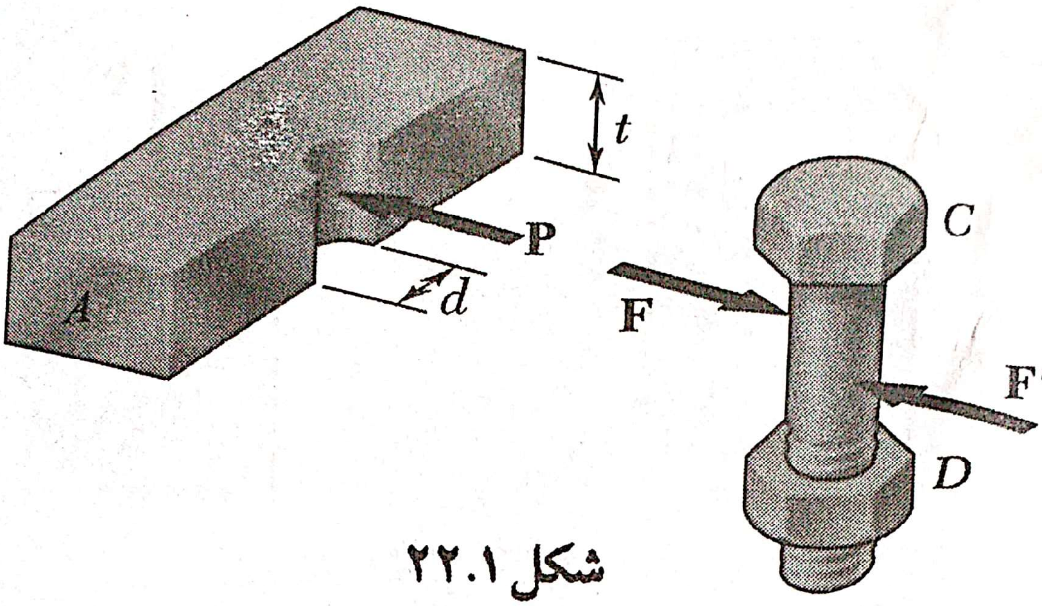
$$\tau_{\text{ave}} = \frac{P}{A} = \frac{F/۲}{A} = \frac{F}{۲A} \qquad (۱۰.۱)$$



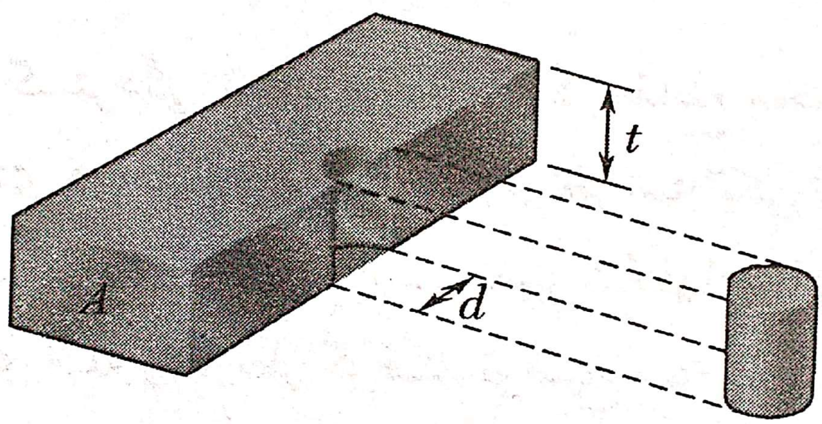
شکل ۲۰.۱



(ب) شکل ۲۱.۱ (الف)



شکل ۲۲.۱



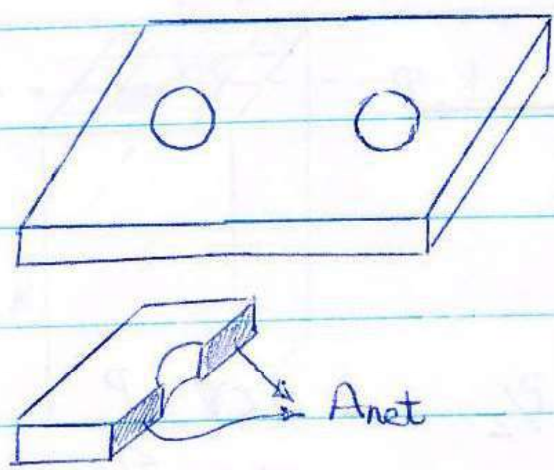
شکل ۲۳.۱

وقتیکه نیروی P کششی باشد

$$\sigma = \frac{P}{A_{net}}$$

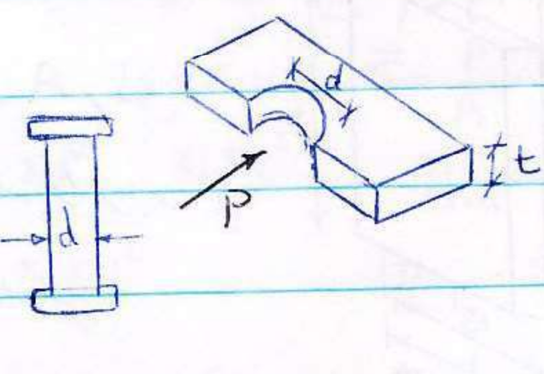
وقتیکه نیروی P فشاری باشد

$$\sigma = \frac{P}{A_{کل}}$$



تنش لهیدگی (تکیه‌گاهی):

$$\sigma_b = \frac{P}{dt}$$



مثال:

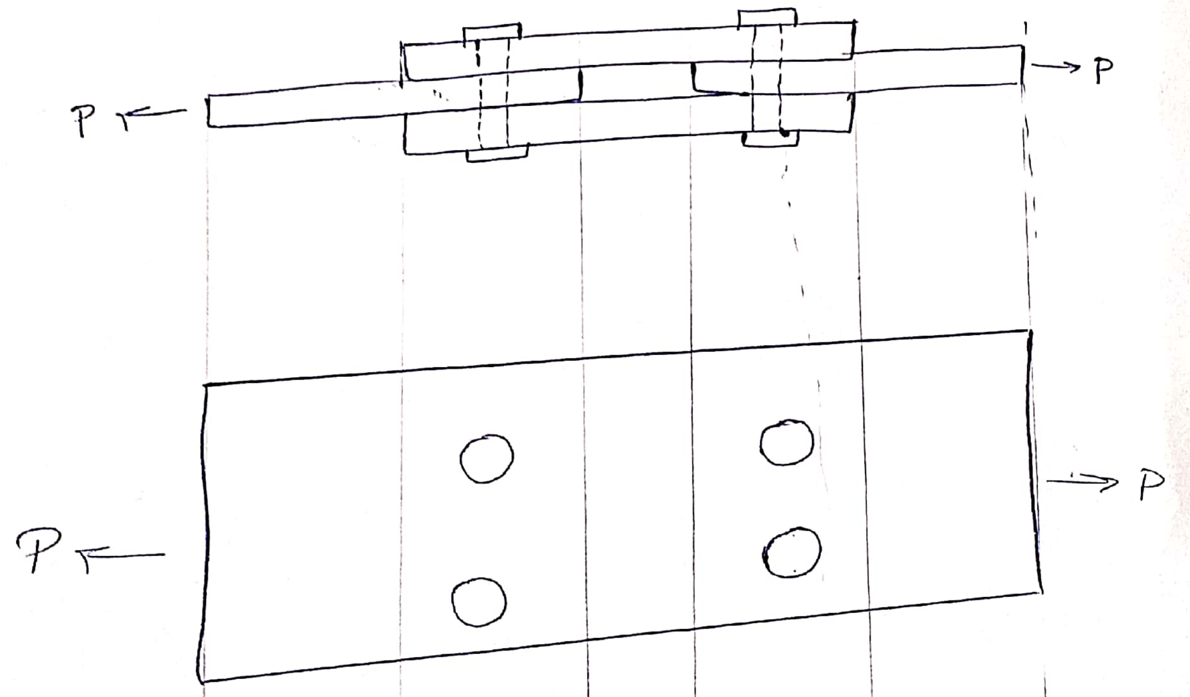
دو تسمه فولادی به ضخامت $10\ mm$ و عرض $150\ mm$ بوسیله دو اتصال فوقانی و تحتانی بهم پیچ شده‌اند. قطر پیچ‌ها $16\ mm$ و ضخامت صفحات اتصال $6\ mm$ و عرض $150\ mm$ می‌باشد.

در صورتیکه نیروی اعمال شده، $P=8$ ton باشد مطلوب است

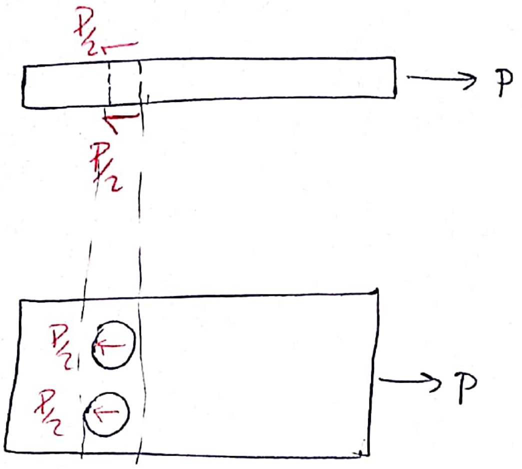
الف) محاسبه تنش برشی در پیچ‌ها

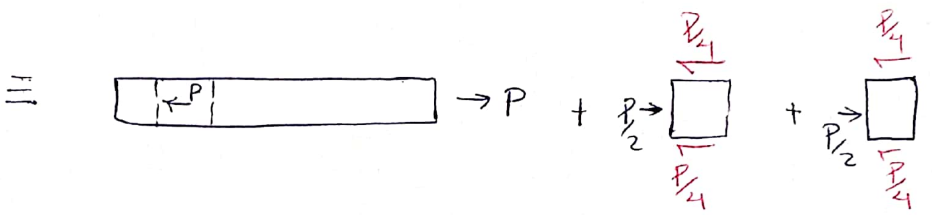
ب) ″ ″ ماکزیمم در تسمه‌ها

ج) ″ ″ لهیدگی بین تسمه‌ها و پیچ‌ها



نمای بالا



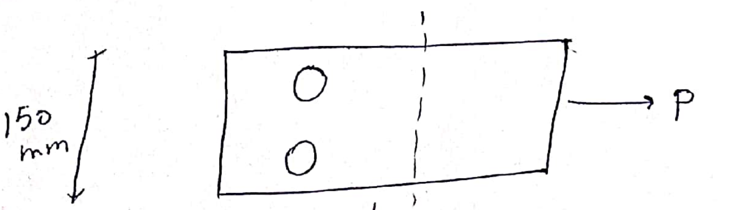


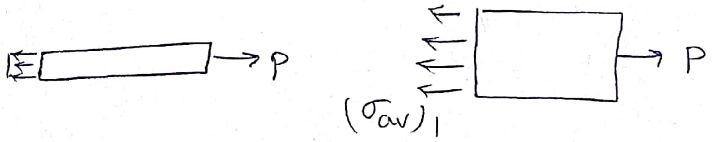
تنش برشی در پیچ : $\tau = \dfrac{P/4}{A} = \dfrac{P/4}{\frac{\pi d^2}{4}} = \dfrac{8/4 \times 1000}{2.011} = 1000 \ \text{Kg}/\text{cm}^2$

سطح مقطع هر پیچ

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 1.6^2}{4} = 2.011$$

ب) تنش کششی در تسمه

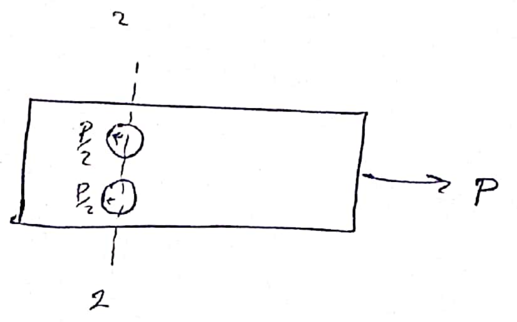


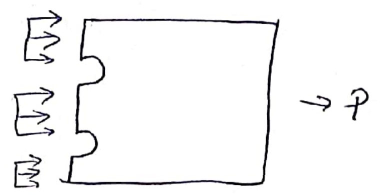


$$\sigma_1 = \frac{P}{A} =$$

$$A = 150 \times 10 = \frac{1500}{100} = 15 \ \text{cm}^2$$

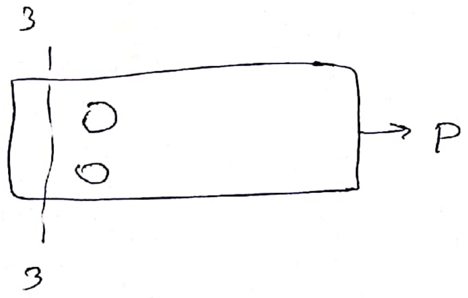
$$\sigma_1 = \frac{8 \times 1000}{15} = \frac{8000}{15} = 533 \ \text{kg}/\text{cm}^2$$





$A = (15 - 1.6 \times 2) \times 1 = 11.8$ سطح مقطع خالص

$P = 8 \ ton \rightarrow \sigma_{2-2} = \frac{8 \times 1000}{11.8} = 678 \ \frac{kg}{cm^2}$



$A = 15 \longrightarrow \sigma_{3-3} = 0$

$P = 0$

ح) تنش لهیدگی :

لهیدگی در تسمه $\sigma_b = \frac{P/2}{td} = \frac{8000/2}{1 \times 1.6} = 2500 \ kg/cm^2$

لهیدگی در ورق اتصال $\sigma_b = \frac{P/4}{td} = \frac{2000}{0.6 \times 1.6} = 2083.33 \ kg/cm^2$

شش مؤلفه ... نمی‌تواند تنها در یک ... وارد شود. برای ...
معین، برش نمی‌تواند تنها در یک ... صفحه اول نیز وارد شود. برای ...
صفحهٔ دیگری عمود بر صفحه اول نیز وارد شود. برای ...
صفحهٔ دیگری عمود بر Q در مرکز پیچ و مهره را درنظر می‌گیریم [شکل ۲۹.۱ و مکعب کوچک در Q در مرکز پیچ و مهره را درنظر می‌گیریم [شکل ۲۹.۱ و مکعب کوچکی که تنشهای برشی برابری باید بر دو وجه افقی مکعب وارد شود [شکل ۳۹.۱(الف)]، درمی‌یابیم که تنشهای برشی برابری باید بر دو وجه افقی مکعب وارد شود [شکل ۳۹.۱(ب)] وارد شود.

بر دو وجهی که عمود بر نیروهای $\mathbf{P}$ و $\mathbf{P'}$ هستند [شکل ۳۹.۱(ب)] وارد شود.

قبل از نتیجه گیری از بحث مؤلفه‌های تنش مجدداً حالت عضوی را که تحت بارگذاری محوری قرار دارد، درنظر می‌گیریم. اگر مکعب کوچکی را درنظر بگیریم که وجوه آن به‌ترتیب موازی با وجوه آن عضو باشند، با یادآوری نتایج به‌دست‌آمده از بخش ۱۱.۱ متوجه می‌شویم که شرایط تنش در این عضو را می‌توان مطابق شکل ۴۰.۱ (الف)، توضیح داد. تنها تنشهای موجود، تنشهای عمودی σ_x هستند که بر وجوهی از مکعب که بر محور x عموداند وارد می‌شوند. اما اگر مکعب کوچک به‌اندازه ۴۵° حول محور z بچرخد، به‌طوری که سمت‌گیری جدیدش منطبق بر سمت‌گیری مقاطع مورد نظر در شکلهای ۳۱.۱ (ج) و (د) باشد، نتیجه می‌گیریم که تنشهای عمودی و برشی به مقدار برابری بر چهار وجه مکعب وارد می‌شود [شکل ۴۰.۱(ب)]. به این ترتیب مشاهده می‌شود که همان شرایط بارگذاری می‌تواند برداشتهای متفاوتی از تنش در نقطه‌ای معین به‌دست دهد، که بستگی به سمت‌گیری عضو مورد نظر دارد. در فصل ۷ در این باره بیشتر شرح می‌دهیم.

۱۳.۱ نظریات طراحی

در بخشهای پیش چگونگی تعیین تنشها در میله‌ها، پیچها و پینها را تحت شرایط ساده بارگذاری آموختیم. در فصلهای بعد روش تعیین تنشها را در موقعیتهای پیچیده‌تر می‌آموزیم. با این وجود، در کاربردهای مهندسی، تعیین تنشها معمولاً به‌خودی‌خود پایان کار نیست، بلکه دانستن تنشها به مهندسان کمک می‌کند تا کارهای اساسی زیر را انجام دهند. یعنی، طراحی سازه‌ها و ماشینها که از نظر ایمنی و اقتصادی پارامتر ویژه‌ای به شمار می‌آید.

الف. تعیین استحکام نهایی یک ماده. یکی از اجزای مهمی که توسط یک طراح باید درنظر گرفته شود، این است که ماده‌ای را که انتخاب می‌کند، رفتارش تحت بار وارده چگونه خواهد بود. برای یک ماده مفروض، این مسئله با آزمایش

ویژه بر روی نمونه‌های تهیه شده ماده انجام می‌گیرد. برای مثال، چنانکه در قسمت ۳.۲ شرح داده می‌شود، آزمایش نمونه‌ای از فولاد را می‌توان تهیه کرد و در آزمایشگاه، آزمون تحت تأثیر نیروی محوری کششی معلوم را مورد آزمایش قرار داد. آنچنان که مقدار نیرو زیاد می‌شود، تغییرات مختلف در نمونه، از جمله، تغییرات آن در طول و قطرش اندازه‌گیری می‌شود. سرانجام به بیشترین نیرویی که می‌توان بر نمونه وارد کرد می‌رسیم، و نمونه می‌شکند یا شروع به حمل بار کمتری می‌کند. این بیشترین نیرو را **بار نهایی** آن نمونه آزمون می‌نامند و با P_U نمایش می‌دهند. از آنجا که بار وارد شده مرکزی است، از تقسیم بار نهایی بر مساحت سطح مقطع اولیه می‌توان به **تنش عمودی نهایی** آن ماده دست یافت. این تنش که به‌عنوان **استحکام نهایی درکشش** ماده شناخته می‌شود، عبارت است از

$$\sigma_U = \frac{P_U}{A} \tag{۲۳.۱}$$

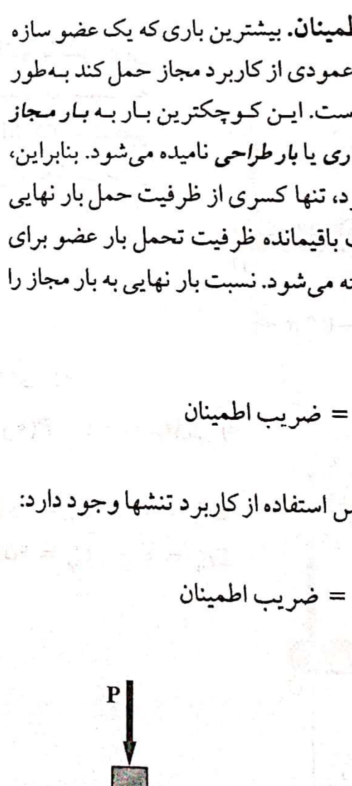
چندین آزمون متداول قابل قبول برای تعیین **تنش برشی نهایی**، یا **استحکام نهایی، در برش** یک ماده وجود دارد. یکی از رایج‌ترین روشهای به‌کار رفته شامل پیچاندن لوله دایره‌ای است (بخش ۵.۳). روش مستقیم‌تر، ولی با دقت کمتر، این است که میله با مقطع چهارگوش یا دایره‌ای را در یک ابزار برش به گیره ببندیم (شکل ۴۱.۱) و با وارد کردن افزاینده P را تا رسیدن به بار نهایی P_U برای برش ساده، اگر انتهای آزاد نمونه به دو قالب سخت تکیه داشته باشد (شکل ۴۲.۱)، بار نهایی برای برش مضاعف به‌دست آمده است. در هر مورد تنش برشی نهایی τ_U از تقسیم بار نهایی بر مساحت کل که برش بر آن ایجاد شده به‌دست می‌آید. یادآوری می‌کنیم که در مورد برش ساده، این مساحت همان مساحت سطح مقطع A نمونه است، در صورتی که در برش مضاعف این مساحت دو برابر مساحت سطح مقطع است.

ب. بار مجاز و تنش مجاز؛ ضریب اطمینان. بیشترین باری که یک عضو سازه یا جزء ماشین که می‌شود تحت شرایط عمودی از کاربرد مجاز حمل کند به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از بار نهایی است. این کوچکترین بار به **بار مجاز** معروف است و، بعضی اوقات نیز **بار کاری** یا **بار طراحی** نامیده می‌شود. بنابراین، وقتی که بار مجاز بر عضوی وارد می‌شود، تنها کسری از ظرفیت حمل بار نهایی عضو مورد استفاده قرار می‌گیرد. قسمت باقیمانده ظرفیت تحمل بار عضو برای اطمینان از کارکرد مطمئن عضو نگه داشته می‌شود. نسبت بار نهایی به بار مجاز را **ضریب اطمینان** می‌نامند[1]. داریم

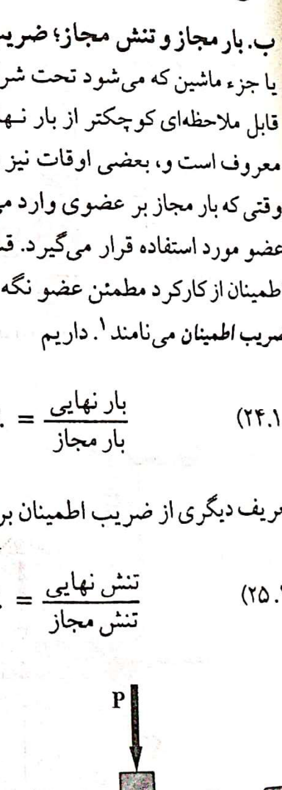
$$\text{ضریب اطمینان} = F.S. = \frac{\text{بار نهایی}}{\text{بار مجاز}} \tag{۲۴.۱}$$

تعریف دیگری از ضریب اطمینان براساس استفاده از کاربرد تنشها وجود دارد:

$$\text{ضریب اطمینان} = F.S. = \frac{\text{تنش نهایی}}{\text{تنش مجاز}} \tag{۲۵.۱}$$



شکل ۴۲.۱



شکل ۴۱.۱

دو رابطه‌ای که برای ضریب اطمینان در معادله‌های (۲۴.۱) و (۲۵.۱) می‌بینید برای وقتی است که رابطه‌ای خطی بین بار و تنش وجود دارد. در بیشتر کاربردهای مهندسی، به هر حال، وقتی بار به مقدار نهایی نزدیک می‌شود، رابطهٔ خطی متوقف می‌گردد و ضریب اطمینان به‌دست آمده از معادله (۲۵.۱) تخمین واقعی اطمینان در طراحی داده شده را فراهم نمی‌کند. با این وجود، ***روش تنش مجاز*** طراحی براساس کاربرد معادله (۲۵.۱) به‌طور وسیعی کاربرد دارد.

ج. انتخاب یک راه حل برای ضریب اطمینان. انتخاب ضریب اطمینان مورد استفاده در کاربردهای مختلف یکی از مهمترین وظایف مهندس است. از یک‌سو، اگر ضریب اطمینان انتخاب شده خیلی کوچک باشد امکان شکست زیاد است؛ از سوی دیگر، اگر ضریب اطمینان عمداً بزرگ انتخاب شود، نتیجه طراحی غیر اقتصادی است و عملی نخواهد بود. انتخاب ضریب اطمینان مناسب برای هر کاربرد معین، مستلزم بررسی و قضاوت مهندسی براساس موارد متعددی از جمله موارد زیر است:

۱. ***تغییراتی که ممکن است در خواص عضو قابل توجهی به‌وجود آید.*** ترکیب شیمیایی، استحکام و ابعاد عضو همگی در معرض تغییرات کوچکی در حین تولید هستند. علاوه بر این ممکن است در هنگام گرمایش یا بر اثر تغییر شکل احتمالی ماده در هنگام انبار کردن، حمل و نقل، یا ساخت ماده رخ دهد و خواص ماده تغییر کند.

۲. ***تعداد بارگذاریهایی که در عمر سازه یا ماشین انتظار می‌رود.*** برای بیشتر مواد، وقتی که تعداد بارگذاریها زیاد می‌شود، تنش نهایی کم می‌شود. این پدیده را **خستگی** می‌نامند و چنانچه نادیده گرفته شود ممکن است به شکست ناگهانی منجر شود (بخش ۷.۲ را ببینید).

۳. ***نوع بارگذاریهایی که در طراحی درنظر گرفته شده است، یا در آینده ممکن است اتفاق بیفتد.*** تعداد کمی از بارگذاریها با دقت کامل مشخص می‌شوند ــ اغلب بارگذاریها در طراحی تخمینهای مهندسی‌اند. به‌علاوه دگرگونی با تغییرهای بعدی کاربرد ممکن است موجب تغییراتی در بارگذاری واقعی شود. اگر بارگذاری از نوع دینامیکی، چرخه‌ای، یا ضربه‌ای باشند، استفاده از ضریب اطمینان بالاتر ضروری است.

۴. ***نوع شکستگی که ممکن است اتفاق افتد.*** مواد شکننده به‌طور ناگهانی می‌شکنند و معمولاً نشانه‌ای از نزدیک‌بودن زمان فروریختگی وجود ندارد. از سوی دیگر، مواد شکل‌پذیر مانند فولاد ساختمانی، پس از شکست در معرض تغییر شکلی اساسی به‌نام ***تسلیم*** قرار می‌گیرند و به این ترتیب هشدار می‌دهند که بار اضافی وجود دارد. با وجود این، اغلب ***کمانش*** یا پایداری شکستها ناگهانی‌اند، خواه ماده شکننده باشد یا نباشد. وقتی احتمال شکست ناگهانی موجود باشد، با ضریب اطمینان بالاتری، که قادر به اعلام هشدار باشد، داشته باشیم.

۵. ***عدم قطعیت ناشی از روشهای تحلیل.*** همه روشهای طراحی براساس فرضهای ساده کننده بنا شده‌اند، طوری که نتیجه محاسبات تنشها، تقریب تنشهای واقعی است.

۶. ***فرسودگی که به مرور زمان ممکن است بر اثر نگهداری نادرست یا علل طبیعی غیرقابل اجتناب به‌وجود آید.*** در جاهایی که کنترل زنگ‌زدگی و پیداکردن مشکل است، ضریب اطمینان بزرگتری لازم است.

---

۱. در بعضی از رشته‌های مهندسی، مخصوصاً مهندسی هوانوردی، **حریم اطمینان** به‌جای ضریب اطمینان به‌کار برده می‌شود. حریم اطمینان به‌صورت «ضریب اطمینان منهای یک» تعریف می‌شود؛ یعنی $\text{حریم اطمینان} = F.S. - 1{,}00$.

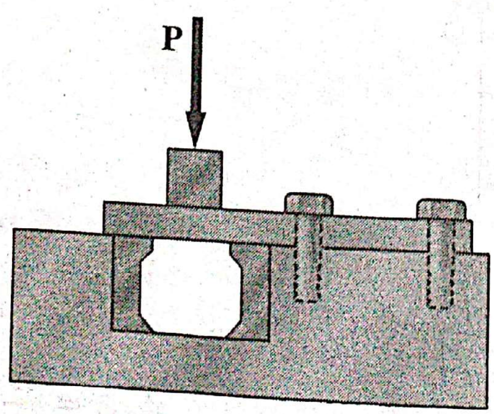
(شکل ۴۱.۱) و ب... ساده، اگر انتهای آزاد نمونه به دو قالب سخت تکیه داشته باشد (شکل ۴۲.۱)، بار نهایی برای برش مضاعف به‌دست آمده است. در هر مورد تنش برشی نهایی τ_U از تقسیم بار نهایی بر مساحت کل که برش بر آن ایجاد شده به‌دست می‌آید. یادآوری می‌کنیم که در مورد برش ساده، این مساحت همان مساحت سطح مقطع A نمونه است، در صورتی که در برش مضاعف این مساحت دو برابر مساحت سطح مقطع است.

ب. بار مجاز و تنش مجاز؛ ضریب اطمینان. بیشترین باری که یک عضو سازه یا جزء ماشین که می‌شود تحت شرایط عمودی از کاربرد مجاز حمل کند به‌طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از بار نهایی است. این کوچکترین بار به ***بار مجاز*** معروف است و، بعضی اوقات نیز ***بار کاری*** یا ***بار طراحی*** نامیده می‌شود. بنابراین، وقتی که بار مجاز بر عضوی وارد می‌شود، تنها کسری از ظرفیت حمل بار نهایی عضو مورد استفاده قرار می‌گیرد. قسمت باقیمانده ظرفیت تحمل بار عضو برای اطمینان از کارکرد مطمئن عضو نگه داشته می‌شود. نسبت بار نهایی به بار مجاز را ***ضریب اطمینان*** می‌نامند[1]. داریم

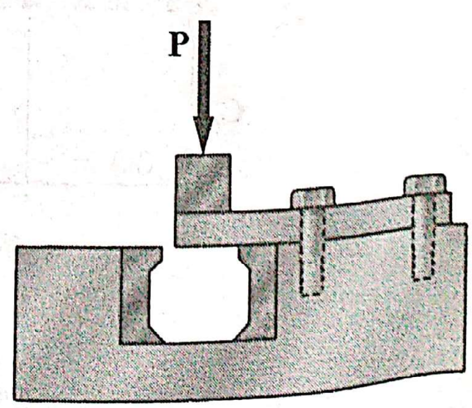
$$F.S. = \frac{\text{بار نهایی}}{\text{بار مجاز}} = \text{ضریب اطمینان} \qquad (۲۴.۱)$$

تعریف دیگری از ضریب اطمینان براساس استفاده از کاربرد تنشها وجود دارد:

$$F.S. = \frac{\text{تنش نهایی}}{\text{تنش مجاز}} = \text{ضریب اطمینان} \qquad (۲۵.۱)$$



شکل ۴۲.۱



شکل ۴۱.۱

بار نهایی: حداکثر باری که یک جسم می‌تواند تحمل کند تا گسیخته شود. به عبارت دیگر
بار آستانهٔ گسیختگی را بار نهایی گوییم.

تنش نهایی: حداکثر تنشی که یک جسم می‌تواند تحمل کند تا گسیخته شود.

بار مجاز (بار طراحی) : Manufacturing : باری که در حین تولید وارد شده، مثل جوشکاری

حرارت بیشتر ... در جاهای دیگر سرد می شود. پس داخل تولید تنش های

داخلی ایجاد شود.

Transportation : بعضی بارها در حین حمل و نقل

Instatation : نصب قطعه ای که می خواهد در جای خودش ایجاد شود

Loading : بارهایی که در ... می تواند ... بار اعمال شود

بار ضربه ای

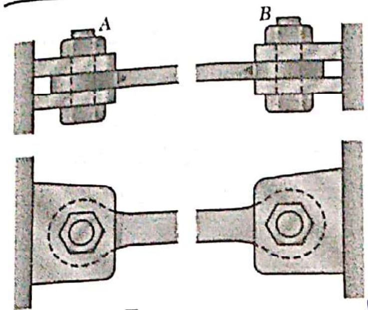
Environment, Material :

تمام این عوامل نشان می دهد ما باید بار نهایی را اعمال کنیم. ... را اعمال می کنیم

$$\text{ضریب اطمینان} = \frac{\text{بار نهایی}}{\text{بار مجاز}}$$

بار ... که ... ضریب اطمینان مشخص است ...

... وجود دارد.

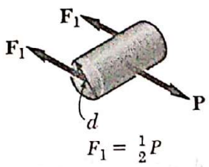


مسئله نمونه ۲.۱

میله بست فولادی نشان داده شده برای حمل نیروی کششی برابر $P = ۱۲۰\ kN$، وقتی بین قلابهای مضاعف در A و B پیچ و مهره می‌شود، طراحی شده است. میله از ورقی به ضخامت ۲۰ mm ساخته شده است. برای درجه فولاد به‌کار رفته، حداکثر تنشهای مجاز چنین است: $\sigma = ۱۷۵\,MPa$، $\tau = ۱۰۰\,MPa$، $\sigma_b = ۳۵۰\,MPa$. میله بست را با تعیین مقادیر لازم (الف) قطر d مربوط به پیچ، (ب) بعد b در هر انتهای میله، (ج) بعد h مربوط به میله، طراحی کنید.

$\sigma_{موجود} < \sigma_{all}$ مجاز یا $\tau_{موجود} < \tau_{مجاز}$

$\frac{P}{A} < \sigma_{مجاز}$

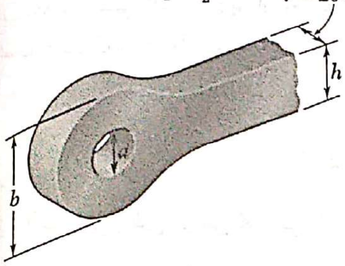


● **حل:**

الف. قطر پیچ. از آنجاکه پیچ در برش مضاعف است، $F_۱ = \frac{۱}{۲}P = ۶۰\,kN$.

کنترل برش در پیچ

$$\tau = \frac{F_۱}{A} = \frac{۶۰\,kN}{\frac{۱}{۴}\pi d^۲} \qquad ۱۰۰\,MPa = \frac{۶۰\,kN}{\frac{۱}{۴}\pi d^۲} \qquad d = ۲۷٫۶\,mm$$



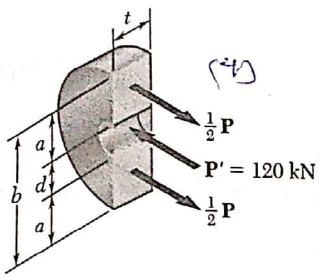
◀ $d = ۲۸\,mm$ از ۲۸ میلیمتر استفاده می‌کنیم.

در این نقطه تنش تکیه‌گاهی را بین ورق به ضخامت ۲۰ mm و قطر پیچ ۲۸ mm بررسی می‌کنیم.

$$\tau_b = \frac{P}{td} = \frac{۱۲۰\ kN}{(۰٫۰۲۰\,m)(۰٫۰۲۸\,m)} = ۲۱۴\,MPa < ۳۵۰\,MPa$$ (خوب است)

کنترل تکیه‌گاهی

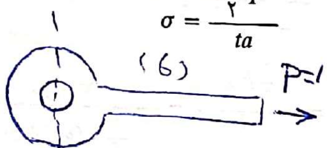
$$\frac{P}{td} < \sigma_{مجاز} \rightarrow \frac{P}{t \times \sigma_{مجاز}} < d$$



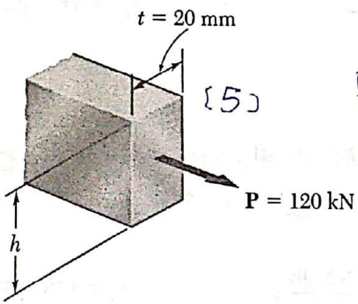
ب. طول b در هر انتهای میله. یکی از قسمتهای انتهایی میله را درنظر می‌گیریم. یادآور می‌شویم که ضخامت ورق فولادی $t = ۲۰\,mm$ و اینکه میانگین تنش کششی نباید از ۱۷۵ MPa تجاوز کند، می‌نویسیم

کنترل تنش در محل سوراخ

$$\sigma = \frac{\frac{۱}{۲}P}{ta} \qquad ۱۷۵\,MPa = \frac{۶۰\,kN}{(۰٫۰۲\,m)a} \qquad a = ۱۷٫۱۴\,mm$$



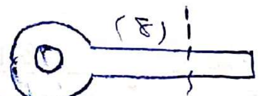
$$b = d + ۲a = ۲۸\,mm + ۲(۱۷٫۱۴\,mm)$$ ◀ $b = ۶۲٫۳\,mm$



ج. طول h از میله. یادآور می‌شویم که ضخامت ورق فولادی $t = ۲۰\,mm$ است، داریم

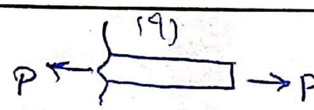
کنترل تنش در میله

$$\sigma = \frac{P}{th} \qquad ۱۷۵\,MPa = \frac{۱۲۰\,kN}{(۰٫۰۲۰\,m)h} \qquad h = ۳۴٫۳\,mm$$



◀ $h = ۳۵\,mm$ از ۳۵ میلیمتر استفاده می‌کنیم.

کنترل تنش در قسمت ج

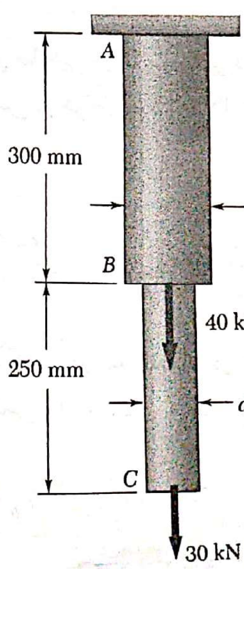


مسئله‌ها

۱.۱ دو میله استوانه‌ای توپر AB و BC را در نقطهٔ B، مطابق شکل، جوش داده‌ایم. می‌دانیم که $d_۱ = ۵۰\,mm$ و $d_۲ = ۳۰\,mm$، مطلوب است تنش عمودی میانگین در وسط (الف) میلهٔ AB، (ب) میله BC.

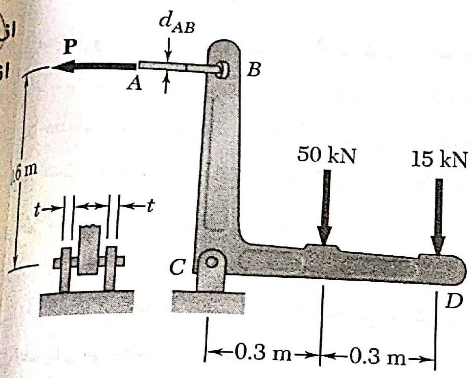
۲.۱ دو میلهٔ استوانه‌ای توپر AB و BC را در نقطهٔ B، مطابق شکل، جوش داده‌ایم. می‌دانیم که تنش عمودی میانگین نباید از ۱۴۰MPa در هر میله تجاوز کند. مطلوب است کمترین مقدار مجاز $d_۱$ و $d_۲$.

۳.۱ دو میلهٔ استوانه‌ای توپر AB و BC را با هم در نقطهٔ B، مطابق شکل، جوش داده‌ایم. مطلوب است تنش عمودی میانگین در نقطه وسط (الف) میله AB، (ب) میلهٔ BC.



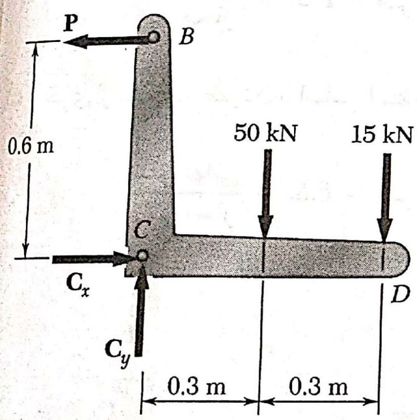
شکل م ۱.۱ و م ۲.۱

مسئله نمونه ۳.۱



دو نیرو مطابق شکل بر پایه BCD وارد می‌شود. (الف) می‌دانیم که میله کنترل AB از فولادی با تنش نهایی عمودی ۶۰۰MPa ساخته شده است، مطلوب است قطر میله را برای اینکه ضریب اطمینان آن نسبت به شکست ۳ر۳ باشد. (ب) پین C نباید از فولادی ساخته شود که تنش برشی نهایی آن ۳۵۰MPa باشد، قطر پین C را تعیین کنید برای اینکه ضریب اطمینان آن نسبت به برش ۳ر۳ باشد. (ج) اگر تنش تکیه‌گاهی مجاز فولاد ۳۰۰MPa باشد ضخامت لازم تکیه‌گاههای پایه در C را به‌دست آورید.

● حل :



نمودار جسم آزاد: کل پایه. عکس‌العمل در نقطهٔ C با مؤلفه‌های $\mathbf{C}_x$ و $\mathbf{C}_y$ نشان داده می‌شود.

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = ۰ : \quad P(۰ر۶\,\text{m}) - (۵۰\,\text{kN})(۰ر۳\,\text{m}) - (۱۵\,\text{kN})(۰ر۶\,\text{m}) = ۰ \qquad P = ۴۰\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_x = ۰ : \quad C_x = ۴۰\,\text{kN} \qquad C = \sqrt{C_x^۲ + C_y^۲} = ۷۶ر۳\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = ۰ : \quad C_y = ۶۵\,\text{kN}$$

الف. میله کنترل AB. چون ضریب اطمینان باید ۳ر۳ باشد، تنش مجاز برابر است با

$$\sigma_{\text{all}} = \frac{\sigma_U}{F.S.} = \frac{۶۰۰\ \text{MPa}}{۳ر۳} = ۱۸۱ر۸\ \text{MPa}$$

برای $P = ۴۰\,\text{kN}$ مساحت سطح مقطع لازم برابر است با

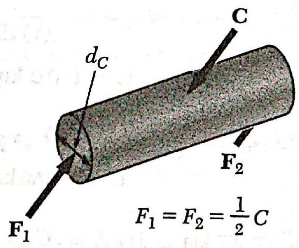
$$A_{\text{لازم}} = \frac{P}{\sigma_{\text{all}}} = \frac{۴۰\ \text{kN}}{۱۸۱ر۸\,\text{MPa}} = ۲۲۰ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲$$

$\sigma_3 = \frac{P}{A} < \sigma_{all} \rightarrow$

$$A_{\text{لازم}} = \frac{\pi}{۴} d_{AB}^۲ = ۲۲۰ \times ۱۰^{-۶}\,\text{m}^۲ \qquad d_{AB} = ۱۶ر۷۴\,\text{mm}$$

ب. برش در پین C. برای ضریب اطمینان ۳٫۳، داریم

$$\tau_{all} = \frac{\tau_U}{F.S.} = \frac{\text{۳۵۰ MPa}}{\text{۳٫۳}} = \text{۱۰۶٫۱ MPa}$$



$F_1 = F_2 = \frac{1}{2}C$

چون پین در برش مضاعف قرار دارد، می‌نویسیم

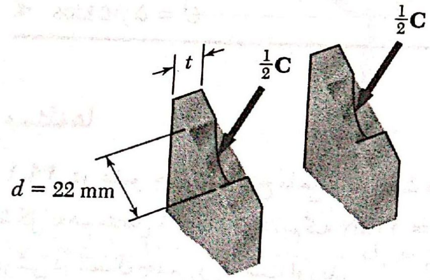
$$A_{\text{لازم}} = \frac{C/\text{۲}}{\tau_{all}} = \frac{(\text{۷۶٫۳ kN})/\text{۲}}{\text{۱۰۶٫۱ MPa}} = \text{۳۶۰ mm}^{\text{۲}}$$

$$A_{\text{لازم}} = \frac{\pi}{\text{۴}} d_C^{\text{۲}} = \text{۳۶۰ mm}^{\text{۲}} \qquad d_C = \text{۲۱٫۴ mm}$$

◄ مورد استفاده: $d_C = \text{۲۲ mm}$

اندازهٔ بزرگتر بعدی پین مجاز به قطر ۲۲ mm است که باید از آن استفاده شود.

ج. **تکیه‌گاه در C.** با استفاده از $d = \text{۲۲ mm}$، مساحت نامی تکیه‌گاه هر یک از پایه‌ها ۲۲t است. از آنجاکه نیروی وارد بر هر یک از پایه‌ها $C/\text{۲}$ و تنش مجاز تکیه‌گاهی ۳۰۰ MPa است، می‌نویسیم

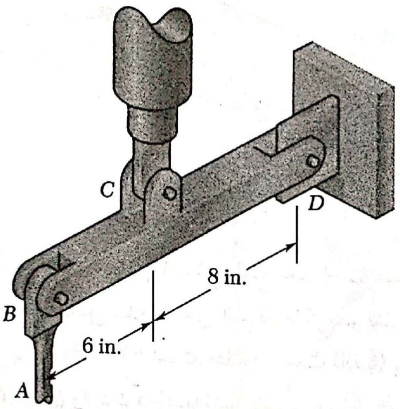


$$A_{\text{لازم}} = \frac{C/\text{۲}}{\sigma_{all}} = \frac{(\text{۷۶٫۳ kN})/\text{۲}}{\text{۳۰۰ MPa}} = \text{۱۲۷٫۲ mm}^{\text{۲}}$$

بنابراین $\text{۲۲}t = \text{۱۲۷٫۲}$، پس $t = \text{۵٫۷۸ mm}$

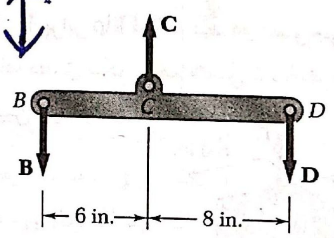
◄ مورد استفاده: $t = \text{۶ mm}$

◄ ... = ۲mm



مسئلهٔ نمونهٔ ۴.۱

تیر صلب BCD توسط پیچهایی در B به میلهٔ کنترل و در C به سیلندر هیدرولیکی و در D به تکیه‌گاه ثابت متصل است. قطر پیچهای به‌کار رفته $d_B = d_D = \frac{۳}{۸}$ in و $d_C = \frac{۱}{۲}$ in است. هر پیچ در حالت برش مضاعف عمل می‌کند و از نوع فولادی که تنش برشی نهایی آن $\tau_U = ۴۰$ ksi است ساخته شده است. میله کنترل AB، به قطر $d_A = \frac{۷}{۱۶}$ in و از فولادی که تنش کششی نهایی آن $\sigma_U = ۶۰$ ksi است ساخته شده است. اگر ضریب اطمینان مینیمم کل دستگاه ۳٫۰ باشد، برای بیشترین نیروی رو به بالایی را که سیلندر هیدرولیکی می‌تواند در C وارد کند به‌دست آورید.



● حل:

ضریب اطمینان نسبت به شکست در هر یک از سه پیچ و میلهٔ کنترل باید ۳٫۰ یا بیشتر باشد. این چهار معیار مستقل را به‌طور جداگانه درنظر می‌گیریم.

نمودار جسم آزاد: تیر BCD. نخست نیروی وارد بر C را برحسب نیروهای وارد بر B و D تعیین می‌کنیم.

$$\Sigma M_D = ۰: \quad B(۱۴\,\text{in}) - C(۸\,\text{in}) = ۰ \qquad C = ۱٫۷۵۰B \qquad (۱)$$

$$\Sigma M_B = ۰: \quad -D(۱۴\,\text{in}) + C(۶\,\text{in}) = ۰ \qquad C = ۲٫۳۳D \qquad (۲)$$

میله کنترل. به‌ازای ضریب اطمینان ۳٫۰ داریم

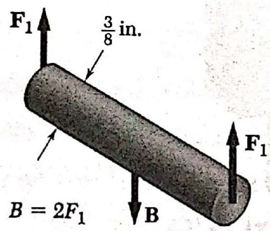
$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_U}{F.S.} = \frac{۶۰\ \text{ksi}}{۳٫۰} = ۲۰\ \text{ksi}$$

نیروی مجاز در میله کنترل برابر است با

$$B = \sigma_{all}(A) = (۲۰\ \text{ksi})\ \frac{۱}{۴}\pi\left(\frac{۷}{۱۶}\text{in}\right)^{۲} = ۳٫۰۱\ \text{kips}$$

با استفاده از معادله (۱) بیشترین مقدار مجاز در C را به‌دست می‌آوریم:

$$C = ۱٫۷۵۰B = ۱٫۷۵۰\ (۳٫۰۱\ \text{kips}) \qquad C = ۵٫۲۷\ \text{kips} \ \triangleleft$$



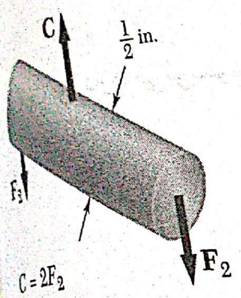
پیچ در B. $\tau_{all} = \tau_U/F.S. = (۴۰\ \text{ksi})/۳ = ۱۳٫۳۳\ \text{ksi}$. چون پیچ در برش مضاعف است، مقدار مجاز نیروی B وارد بر پیچ برابر است با

$$B = ۲F_۱ = ۲(\tau_{all} A) = ۲(۱۳٫۳۳\ \text{ksi})\left(\frac{۱}{۴}\pi\right)\left(\frac{۳}{۸}\text{in}\right)^۲ = ۲٫۹۴\ \text{kips}$$

از معادله (۱):

$$C = ۱٫۷۵۰B = ۱٫۷۵۰(۲٫۹۴\ \text{kips})$$

$C = ۵٫۱۵$ kips ◁



پیچ در D. چون این پیچ مانند پیچ B است، نیروی مجاز $D = B = ۲٫۹۴$ kips است. از معادله (۲):

$$C = ۲٫۳۳D = ۲٫۳۳(۲٫۹۴\ \text{kips})$$

$C = ۶٫۸۵$ kips ◁

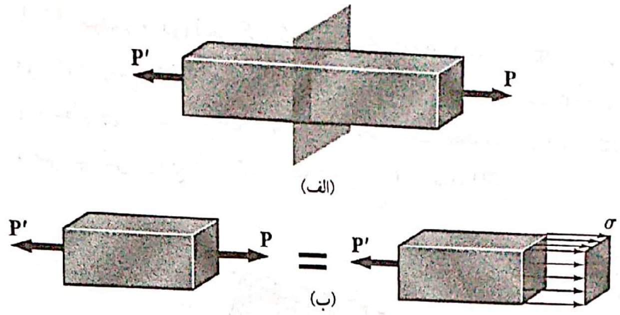
پیچ در C. دوباره داریم $\tau_{all} = ۱۳٫۳۳$ ksi و می‌نویسیم

$$C = ۲F_۲ = ۲(\tau_{all} A) = ۲(۱۳٫۳۳\ \text{ksi})\left(\frac{۱}{۴}\pi\right)\left(\frac{۱}{۲}\text{in}\right)^۲$$

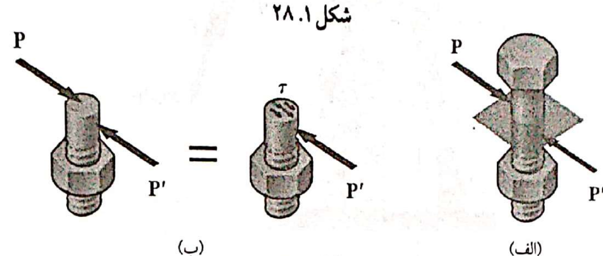
$C = ۵٫۲۳$ kips ◁

خلاصه. به‌طور جداگانه چهار ماکزیمم مجاز برای نیروی C به‌دست آوردیم. برای اینکه هر چهار شرط صدق کند باید کوچکترین مقدار آن یعنی ۵٫۱۵ kips را انتخاب کنیم.

$C = ۵٫۱۵$ kips ◀



شکل ۲۸.۱



شکل ۲۹.۱

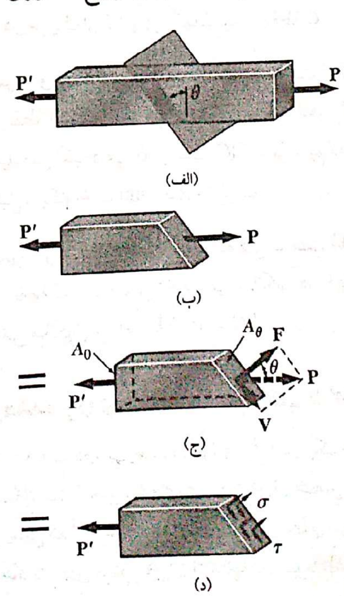
عرضی و تنشهای برشی از سوی دیگر، این بود که تنشها فقط بر روی صفحه‌های عمود بر محور آن عضو یا اتصال تعیین می‌شدند. چنانکه در این بخش خواهید دید، نیروهای محوری روی صفحه‌هایی که بر محور عضو عمود نیستند، هم تنشهای عمودی و هم تنشهای برشی ایجاد می‌کنند. به طریق مشابه، نیروهای عرضی وارد بر یک پین یا پیچ بر روی صفحه‌هایی که بر محور پین یا پیچ عمود نیستند، هم تنشهای برشی و هم تنشهای عمودی ایجاد می‌کنند.

عضو دونیرویی شکل ۲۸.۱ را که در معرض نیروهای **P** و **'P** قرار دارد، درنظر بگیرید. اگر مقطعی از این عضو بزنیم که با صفحه عمودی زاویهٔ θ بسازد [شکل ۳۰.۱ (الف)] و سپس نمودار جسم آزاد قسمتی از عضو را که در سمت چپ آن مقطع قرار می‌گیرد رسم کنیم [شکل ۳۰.۱ (ب)]، از شرایط تعادل جسم آزاد نتیجه می‌گیریم که نیروهای توزیع شده وارد بر مقطع باید معادل نیروی **P** باشد.

با تجزیه **P** به مؤلفه‌های **F** و **V**، به‌ترتیب عمود و مماس بر مقطع [شکل ۳۰.۱ (ج)]، داریم

$$F = P\cos\theta \qquad V = P\sin\theta \qquad (۱۲.۱)$$

نیروی **F** نشان‌دهنده برایند نیروهای عمودی توزیع شده روی مقطع، و نیروی **V**



شکل ۳۰.۱

برایند نیروهای برشی [شکل ۳۰.۱ (د)] است. مقادیر میانگین تنشهای عمودی و برشی متناظر با این نیروها به‌ترتیب از تقسیم F و V بر مساحت A_θ به‌دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta} \qquad \tau = \frac{V}{A_\theta} \qquad (۱۳.۱)$$

با قراردادن F و V از معادله (۱۲.۱) در معادله (۱۳.۱)، و از شکل ۳۰.۱ (ج) نشان‌دهنده $A_\cdot = A_\theta \cos\theta$ یا $A_\theta = A_\cdot / \cos\theta$ که در آن $A_\cdot$ مساحت مقطع عمود بر عضو است، به‌دست می‌آوریم

$$\sigma = \frac{P\cos\theta}{A_\cdot/\cos\theta} \qquad \tau = \frac{P\sin\theta}{A_\cdot/\cos\theta}$$

یا

$$\sigma = \frac{P}{A_\cdot}\cos^2\theta \qquad \tau = \frac{P}{A_\cdot}\sin\theta\cos\theta \qquad (۱۴.۱)$$

می‌بینیم که در نخستین معادله از معادله‌های (۱۴.۱) تنش عمودی σ زمانی ماکزیمم است که $\theta = 0$، یعنی زمانی که صفحه مقطع عمود بر محور عضو است، و وقتی که θ به سمت 90° میل می‌کند، این تنش به سمت صفر میل می‌کند. می‌توان تحقیق کرد که مقدار σ وقتی $\theta = 0$، برابر است با

$$\sigma_m = \frac{P}{A_\cdot} \qquad (۱۵.۱)$$

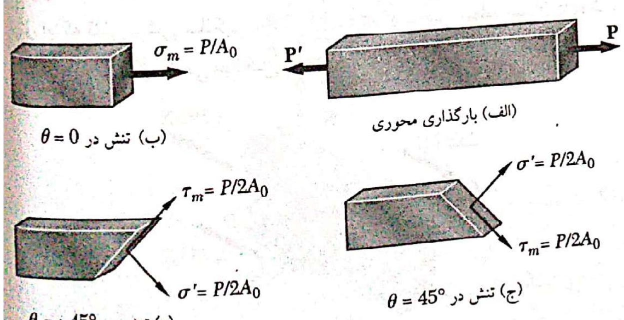
همان‌طور که قبلاً در بخش ۳.۱ به‌دست آوردیم، معادله دوم از معادله‌های (۱۴.۱) نشان می‌دهد که به‌ازای $\theta = 0$ و $\theta = 90^\circ$ تنش برشی τ صفر است و به‌ازای $\theta = 45^\circ$ به مقدار ماکزیمم می‌رسد.

$$\tau_m = \frac{P}{A_\cdot}\sin 45^\circ \cos 45^\circ = \frac{P}{2A_\cdot} \qquad (۱۶.۱)$$

معادلهٔ اول از معادله‌های (۱۴.۱) نشان می‌دهد که، به‌ازای $\theta = 45^\circ$ تنش عمودی σ' نیز برابر است با $P/2A_\cdot$:

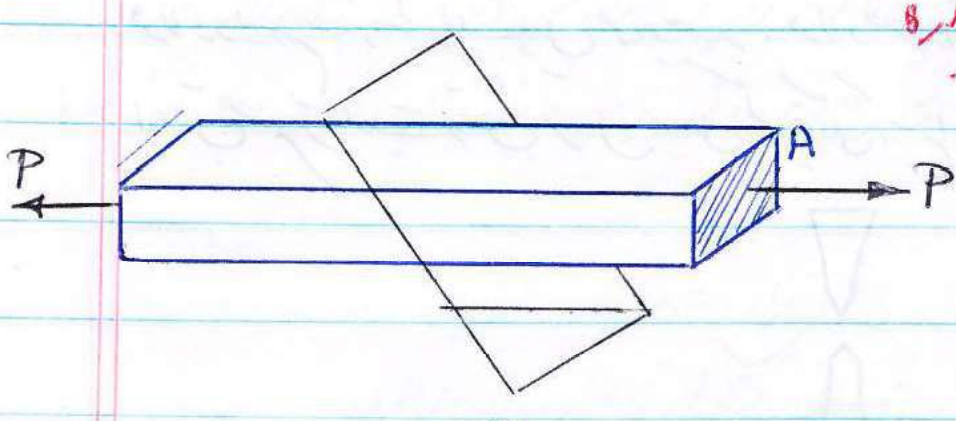
$$\sigma' = \frac{P}{A_\cdot}\cos^2 45^\circ = \frac{P}{2A_\cdot} \qquad (۱۷.۱)$$

نتایج به‌دست آمده از معادله‌های (۱۵.۱)، (۱۶.۱) و (۱۷.۱) به‌طور ترسیمی در شکل ۳۱.۱ نشان داده شده است. می‌بینیم که همان بارگذاری معین می‌تواند تنش عمودی $\sigma_m = P/A_\cdot$ را بدون تنش برشی ایجاد کند [شکل ۳۱.۱ (ب)]، یا یک تنش برشی و یک تنش عمودی با مقدار $\sigma' = \tau_m = P/2A_\cdot$ [شکل ۳۱.۱ (ج) و (د)] ایجاد کند؛ وقوع یکی از این دو حالت به سمت‌گیری مقطع بستگی دارد.

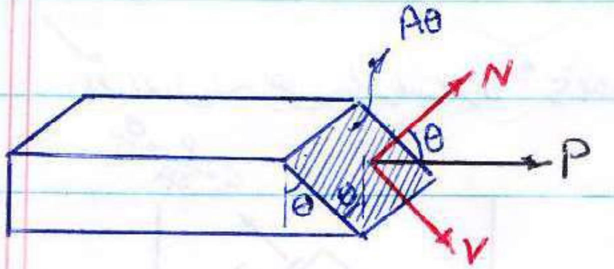


شکل ۳۱.۱

مولفه های تنش در روی سطح شیبدار



تنش اولیه $\sigma_0 = \dfrac{P}{A}$



$$\begin{cases} N = P\cos\theta \\ V = P\sin\theta \end{cases} \qquad A = A_\theta \cos\theta$$

$A =$

$$\sigma = \frac{N}{A_\theta} \Longrightarrow \sigma = \frac{P\cos\theta}{A/\cos\theta} \Longrightarrow \sigma = \frac{P}{A}\cos^2\theta$$

$$\tau = \frac{V}{A_\theta} \Longrightarrow \tau = \frac{P\sin\theta}{A/\cos\theta} \Longrightarrow \tau = \frac{P}{A}\sin\theta\cos\theta$$

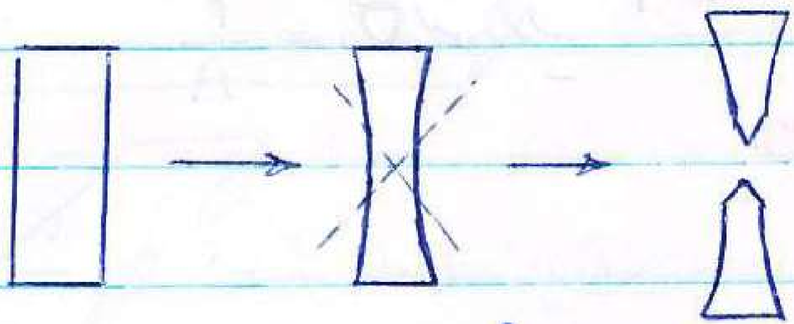
$$\Longrightarrow \begin{cases} \sigma = \sigma_0 \cdot \cos^2\theta \\ \tau = \dfrac{\sigma_0}{2}\sin 2\theta \end{cases}$$

$\sigma_{Max} = \sigma_0$

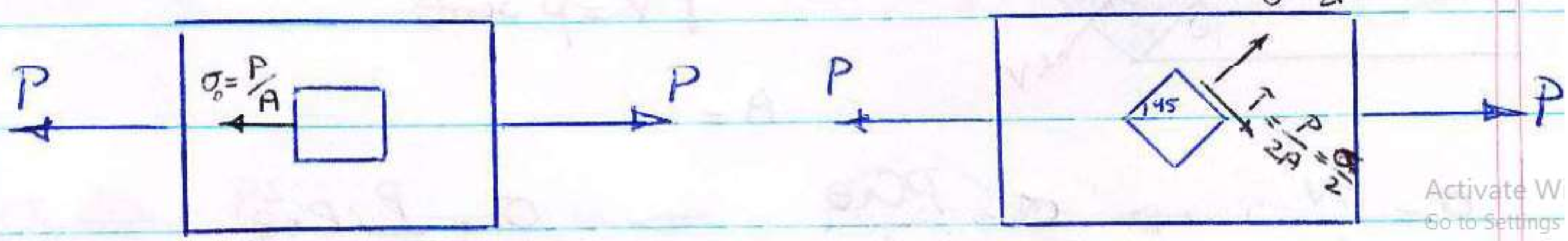
$\tau_{Max} = \dfrac{\sigma_0}{2}$

* اگر $\theta = 0$ باشد σ ، ماکزیمم می شود.
* اگر $\theta = 45$ باشد τ ، ماکزیمم می شود.

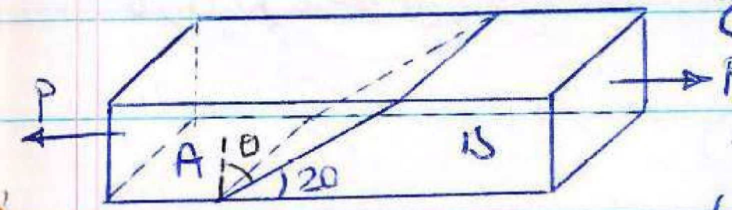
فولاد و بتن سازه‌ها را تشکیل می‌دهند. فولاد معمولاً گسیختگی اش به صورت برشی است.
اما بتن جسمی ترد است و تنش نرمال عامل گسیختگی این است.



اگر المان مربعی را به اندازه 45° بچرخانیم خواهیم داشت:



مثال: دو جسم چوبی A , B دارای سطح مقطع یکنواخت $70 \times 110\ mm^2$ توسط چسب [illegible] متصل شده‌اند. اگر بدانیم تنش مجاز برشی برای چسب 500 kpa فرض شود تعیین کنید حداکثر نیروی P که می‌توان به این عضو وارد نمود چیست؟

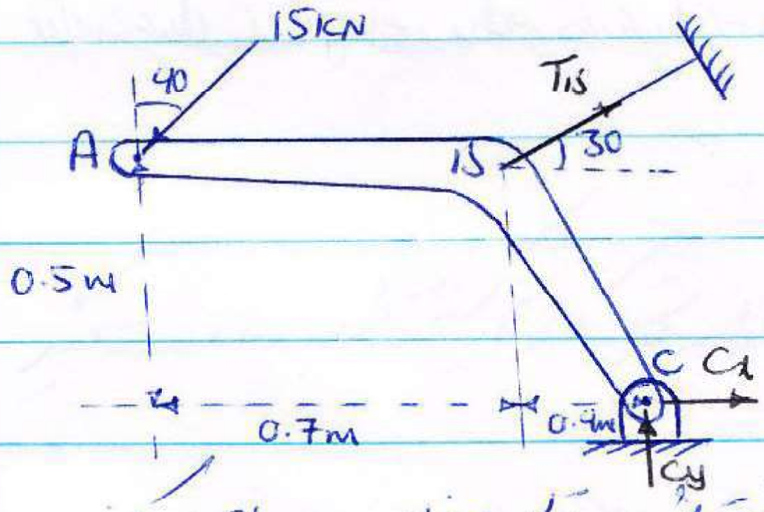


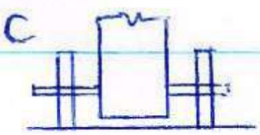
$$\theta = 90 - 20 = 70$$

$$\tau = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\theta = 500 \times 10^{-3}\ (MPa)$$

$$\Rightarrow \sigma_0 = \frac{P}{A} \Rightarrow P = \frac{500 \times 10^{-3} \times 2 \times (70 \times 110)}{\sin(2 \times 70)} = 11979\ N = 12\ kN$$

مثال: اگر جسم نشان داده شده از فولاد باشد و فولاد دارای تنش برشی نهایی $\tau = 350\ MPa$ می‌باشد. این عدد برای پین فولادی نقطه C نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر ضریب اطمینان مورد نظر در این مسئله 3.5 در نظر گرفته شود، قطر پین فولادی C را محاسبه کنید.



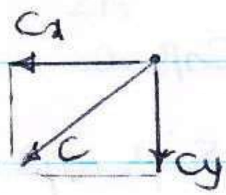


$$\tau_{allowable} = \frac{350}{3.5} = 100\ MPa$$

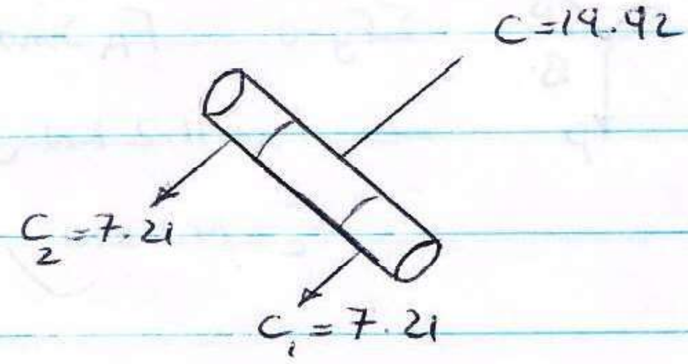
$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow T_{15}(0.4 \sin 30 + 0.5 \cos 30) - 15(1.1 \times \cos 40)$$
$$-15(0.5 \sin 40) = 0 \Rightarrow T_{15} = 27.58 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -15 \sin 40 + 27.58 \cos 30 + C_x = 0$$
$$\Rightarrow C_x = -14.24$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -15 \cos 40 + T_{15} \sin 30 + C_y = 0$$
$$\Rightarrow C_y = -2.3 \text{ kN}$$

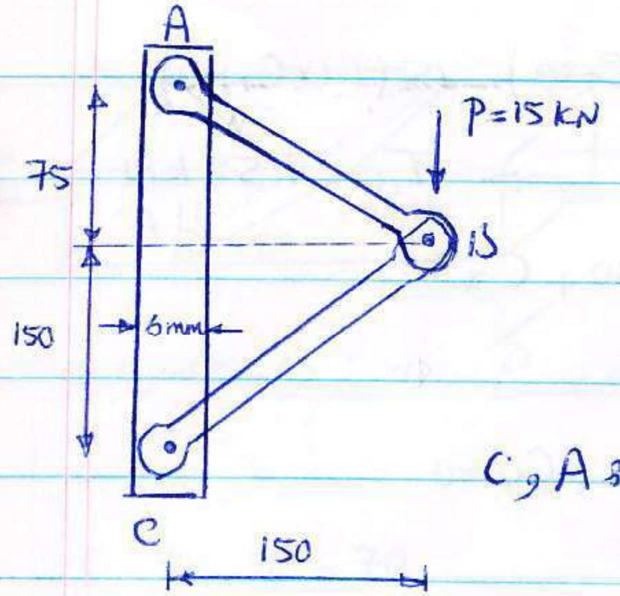


$C = 14.42 \text{ kN}$

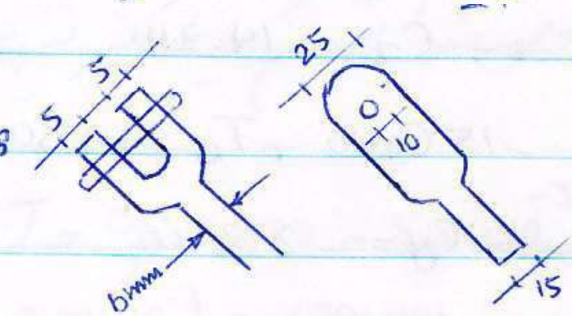


$$\tau_{allowable} = \frac{C/2}{A} = \frac{14.42 \times 10^3}{2 \times \pi (d^2)/4} = 100 \Rightarrow d = 9.58 \text{ mm}$$

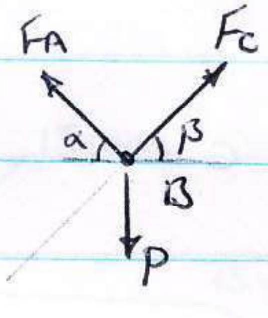
مثال ۶: مطلوبست تعیین تنش های قائم در اعضای میله ای AB و BC و همچنین تنش لهیدگی برای پین در C. (قطر تمام پین های به کار رفته در این سازه 10mm فرض کنید)



C و A :



$$\begin{cases} \alpha = 25.56 \\ \beta = 45 \end{cases}$$



$\xrightarrow{+}$ $\Sigma F_x = 0 \quad -F_A \cos\alpha + F_C \cos\beta = 0$

$\Sigma F_y = 0 \quad F_A \sin\alpha + F_C \sin\beta = P$

$\Rightarrow F_A = 11.2\ KN$ کششی

$F_C = 14.1\ KN$ فشاری

محاسبه تنش های قائم:

میله $\sigma_{AB} = \dfrac{F_A}{A_A} = \dfrac{11.2\times10^3}{6\times15} = 124\ Mpa$ کششی

در محل پیچ $\sigma_{AB} = \dfrac{F_A}{A_{net}} = \dfrac{11.2\times10^3}{2(25-10)5} = 74.7\ Mpa$ کششی

میله $\sigma_{BC} = \dfrac{F_C}{A} = \dfrac{14.1\times10^3}{6\times15} = 156.67\ Mpa$ فشاری

در کل پیچ $\sigma_{bc} = \dfrac{F_c}{A} = \dfrac{14.1\times10^3}{2\times25\times5} = 56.4\ Mpa$ فشاری * چون فشاری است A_{net} نمی‌خواهد

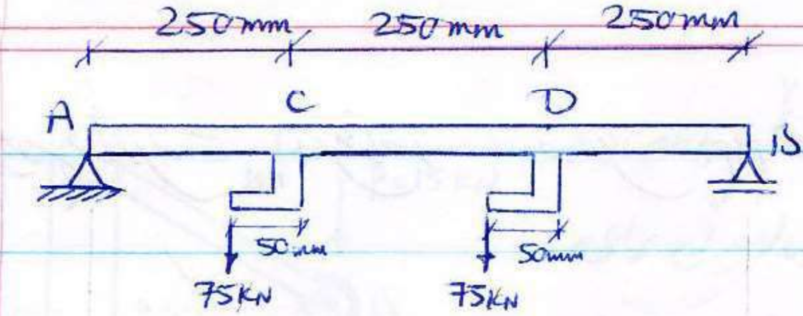
می‌شه تنش لهیدگی بین پین و تکیه‌گاه

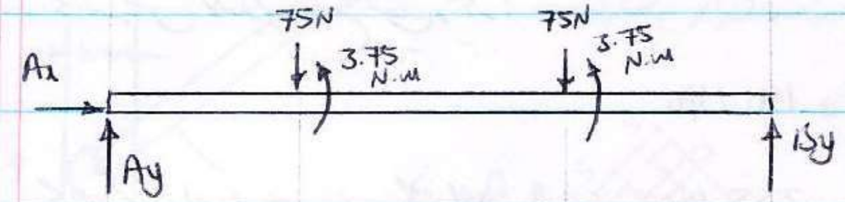
$$\sigma_b = \frac{F_c}{A} = \frac{14.1\times10^3}{2\times10\times5} = 141\ MPa$$

$$\sigma_b = \frac{F_c}{A_{\text{تماس}}} = \frac{14.1\times10^3}{10\times6} = 235\ Mpa$$ می‌شه تنش لهیدگی بین پین و صفحه اصلی C

$$\tau = \frac{P}{2A} = \frac{14.1\times10^3}{2\times\pi(10)^2/4} = 89.8\ Mpa$$

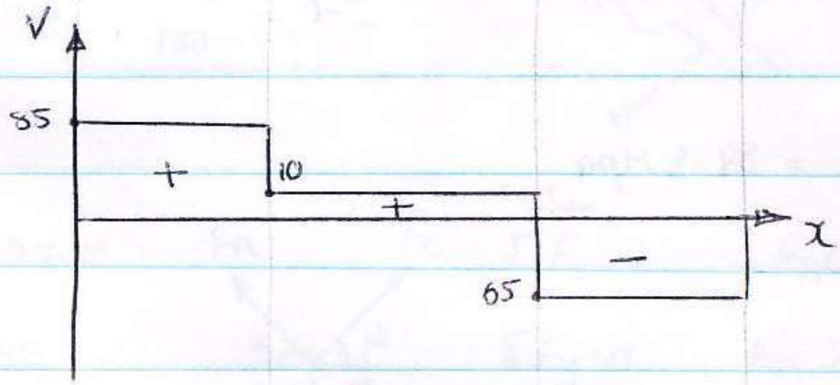
مثال ۸: مطلوبست رسم دیاگرام نیروی برشی و لنگر خمشی



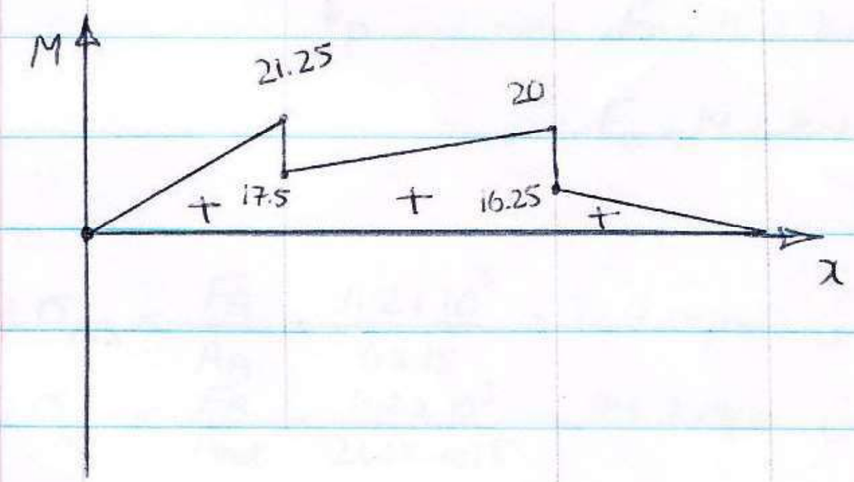


$\Sigma M_A = 0 \quad , \quad \Sigma F_y = 0$

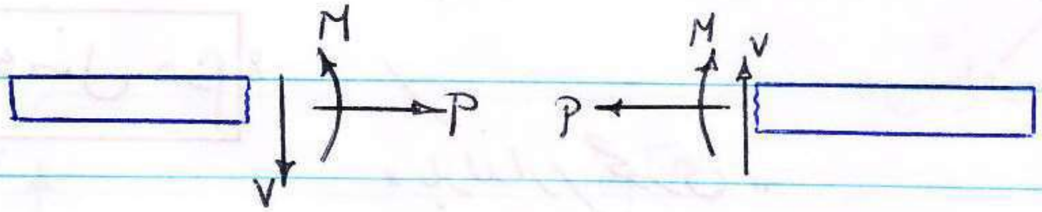
$B_y = 65N \qquad A_y = 85N$



$$\begin{cases} V_2 - V_1 = \int q\,dx \\ M_2 - M_1 = \int V\,dx \end{cases}$$



قرارداد :



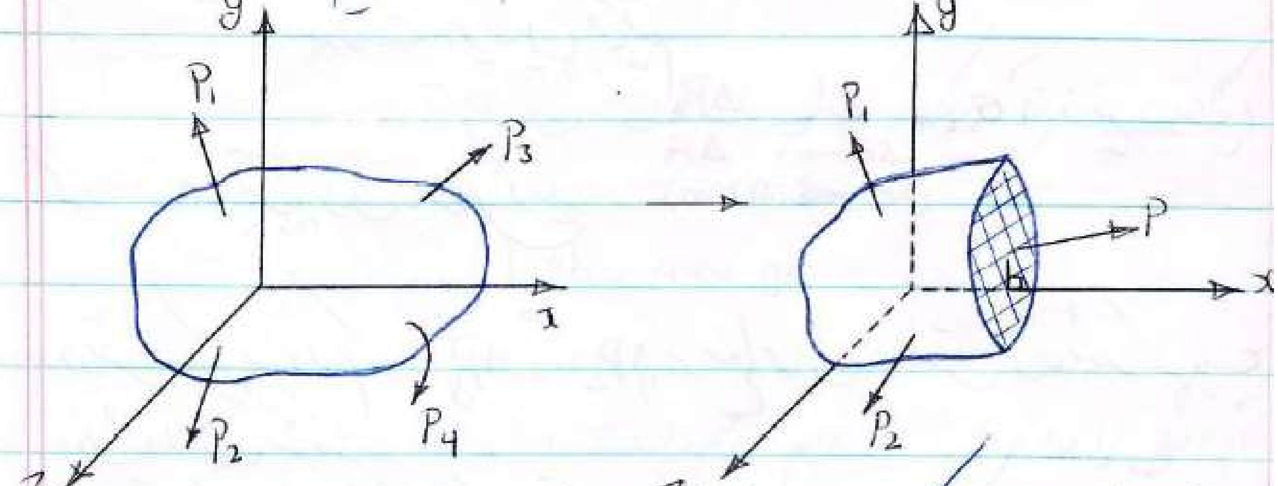
سؤالات پیشنهادی Beer_Johnston :

فصل 1 : 55 , 49 , 41 , 36 , 26 , 24 , 20 , 18 , 14 , 8

فصل 7 : 66 , 30 , 20 , 19

مفهوم تنش : (Concept of stress)

اگر جسمی در فضای xyz در حال تعادل تحت تاثیر نیروی P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_4 قرار گرفته باشد ؛ وقتی شکل را برش می زنیم خواهیم داشت :



برش را طوری می زنیم که محور x بر مقطع عمود باشد

P برآیند نیروهای داخلی در سطح مقطع می باشد که با P_1 ، P_2 دارای برآیند صفر است

برای بیان مفهوم تنش روی سطح مقطع تقسیم بندی هایی انجام می دهیم. فرض کنیم مساحت سطح مقطع A و قسمت هاشور خورده ΔA باشد ؛ در اینصورت می توان گفت به آن ΔP نیرو وارد می شود که اگر آن را بصورت برداری بنویسیم

خواهیم داشت:

$$\vec{\Delta P} = \vec{\Delta P_x}\,\hat{i} + \vec{\Delta P_y}\,\hat{j} + \vec{\Delta P_z}\,\hat{k}$$

(چون $\vec{P}$ بر سطح عمود است پس ΔP نیز بر مقطع برش عمود می‌باشد). بنابراین ΔP_x بر سطح عمود و ΔP_y و ΔP_z بر سطح مماس هستند. لذا تعریف تنش در یک نقطه را بصورت زیر بیان می‌کنیم.

$$\sigma_{xx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A}$$ (اندیس نیرو و راستای سطح)

که به σ_x تنش نرمال یا عمودی گویند (Normal stress)

دو تنش دیگر نیز داریم که ΔP_y و ΔP_z بر سطح مماس عمل می‌باشند که با τ نمایش داده می‌شوند.

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

xy بیانگر سطحی است که در آن تنش وارد می‌شود یعنی سطحی که نیرو بر آن عمود است

x در xy بیانگر سطح مورد تنش است و y در xy بیانگر جهت نیرو است.

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$

لازم است از نظر طراحی بارگذاری و تنش در یک راستا باشند.

* اولین اندیس τ، تنش را با صفحه‌ای که روی آن عمل می‌کند مربوط می‌سازد و اندیس دوم نشان‌دهنده جهت آن می‌باشد.

در سیستم آحاد (SI) نیرو را با N یا kN و سطح را با mm^2 نمایش می‌دهند.
پس واحد تنش $\frac{kN}{mm^2}$ یا MPa است.

$1\ pa = N/m^2$ $\qquad$ $1\ MPa = 10\ kg/cm^2$

در کتب قدیمی و آمریکایی شمالی واحدهای تنش psi است که:

$$psi = lb/in^2 \longrightarrow \begin{cases} in = 25.4\ mm \\ lb = 454\ gr \end{cases}$$

اگر برش را موازی محور xz بزنیم خواهیم داشت:

$$\sigma_{yy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

محور y عمود بر سطح $\tau_{yx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A}$ $\qquad$ $\tau_{yz} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$

* تنش کمیتی تانسوری (Tensor) است. یعنی برداری است که سطح داشته باشد. در این یعنی در علاوه بر مقدار و راستا، سطحی که برآن اعمال می‌شود نیز معلوم باشد.

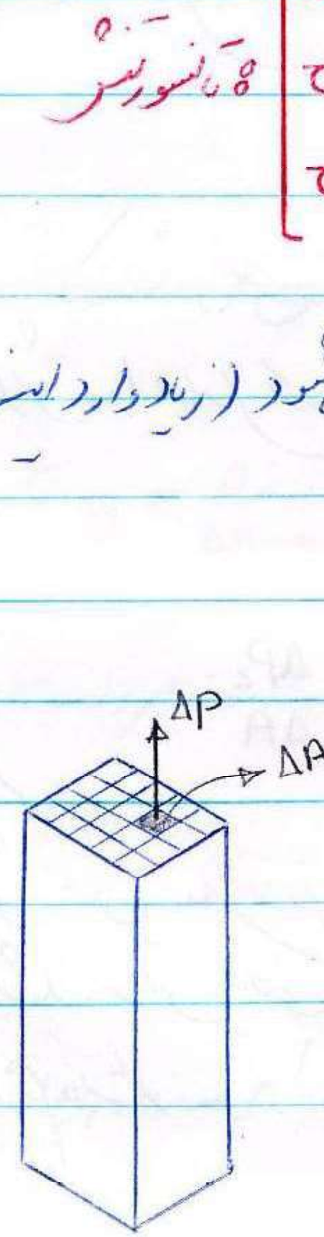
Tensor از نظر شکلی یک پله از بردار بالاتر است.

ماتریس تانسور را در فضا به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\text{تانسور تنش:}\quad \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دارای ۹ مولفه است}$$

اگر تابع بار تابعی پیوسته باشد سیگما تبدیل به دیفرانسیل می‌شود (زیاد وارد این بحث نخواهیم شد!!)

تعریف هندسی تنش (Exact Define):



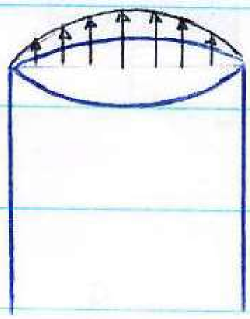
$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

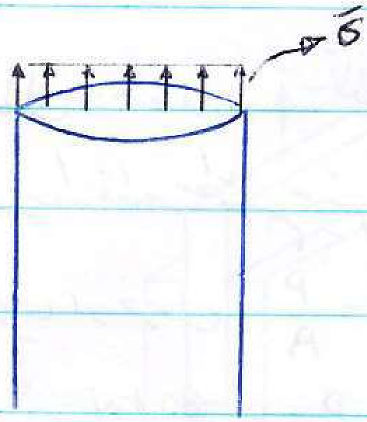
$$\bar{\sigma}_{\text{متوسط}} = \frac{P}{A}$$

در واقع وقتی P به سطح اعمال می شود، نیروها بصورت متقابل می گردند

اگر بار وارده بصورت تابعی از مختصات سطح بیان شود می توان

شدت تنش را بصورت متقابل نشان داد.

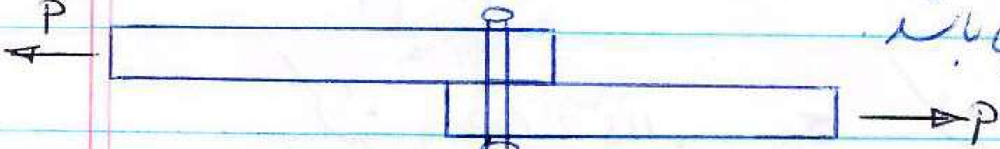


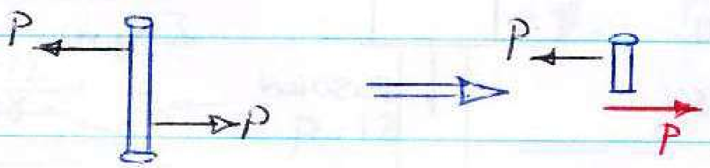


ولی در تنش متوسط نیروها بصورت متقابل فرض می شوند.

(همگی هم اندازه اند)

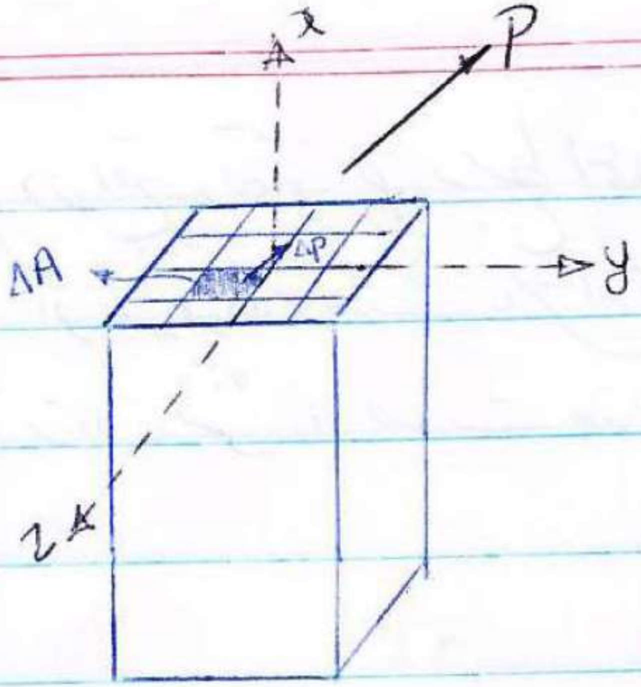
فرض کنیم عضو بصورت متقابل باشد.





$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{P}{A}$$

* اگر به اندازه ضخامت عضو از محل اعمال بار دور شویم تنش یکنواخت می شود.



$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A}$$

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A}$$

$$\tau_{xz} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}$$